

 **2010**
Ddays

Del 3 al 5 de
Noviembre en
Calatayud

Y reunión de la red temática
DANCE



Dance  **Net**
DINÁMICA, ATRACTORES Y NO LINEALIDAD
CAOS Y ESTABILIDAD



consolider **ingenio** **i-math** **matemático**
Ingenio 2010



PROGRAMA

| hora | miércoles | jueves | viernes | hora |
|-------|-----------|-------------------|-----------|-------|
| 09:00 | | | | 09:00 |
| 10:00 | | SESIÓN 2A* | TESIS 2 | 10:00 |
| 11:00 | | CAFÉ | SESION 4A | 11:00 |
| 12:00 | | SESIÓN 2B** | CAFÉ | 12:00 |
| 13:00 | | ASAMBLEA DANCE | SESION 4B | 13:00 |
| 14:00 | RECEPCIÓN | | CLAUSURA | 14:00 |
| 15:00 | COMIDA | COMIDA | COMIDA | 15:00 |
| 16:00 | APERTURA | | | 16:00 |
| 17:00 | SESION 1A | SESION 3A | | 17:00 |
| 18:00 | CAFÉ | CAFÉ | | 18:00 |
| 19:00 | SESION 1B | SESIÓN 3B | | 19:00 |
| 20:00 | VISITA | TESIS 1 | | 20:00 |
| 21:00 | | | | 21:00 |
| 22:00 | CENA | CENA CONGRESO | | 22:00 |

* SESIÓN 2A ACABA A LAS 10:45

**SESIÓN 2B EMPIEZA A LAS 11:15

SESIÓN 1: PROBLEMAS ALTAMENTE OSCILATORIOS (Mari Paz Calvo, Universidad de Valladolid)

"A stroboscopic numerical method for highly oscillatory problems". Jesús María Sanz-Serna (Universidad de Valladolid).

"Métodos multirevolución". Juan Ignacio Montijano (Universidad de Zaragoza).

"Stroboscopic averaging with B-series and possible extensions". Philippe Chartier (INRIA Rennes).

"Algebraic aspects in high order averaging". Ander Murua (Universidad del País Vasco).

SESIÓN 2: MÉTODOS PARA EL ESTUDIO DEL NÚMERO DE ÓRBITAS PERIÓDICAS DE EDO (Armengol Gasull, Universidad Autònoma de Barcelona)

"El balance armónico en la ingeniería de control". Enrique Ponce (Universidad de Sevilla).

"Abelian integrals and limit cycles". Magdalena Caubergh (Universitat Autònoma de Barcelona).

"Órbitas periódicas de la ecuación de Abel". Francesc Mañosas (Universitat Autònoma de Barcelona).

"El método del promedio y órbitas periódicas". Adriana Buica (University Babeş-Bolyai)

SESIÓN 3: TEORÍA DE GALOIS DE ECUACIONES DIFERENCIALES (José M. Aroca, Universidad de Valladolid)

"Dynamical Systems and Galois Theories". Jean-Pierre Ramis (Instituto de Matemáticas de Toulouse, Francia).

"Galois theory for non linear differential equations". Guy Casale (Universidad de Rennes, Francia).

SESIÓN 4: ESTABILIDAD EN LOS SISTEMAS DINÁMICOS HAMILTONIANOS (Víctor Lanchares, Universidad de La Rioja)

"Stability problems of nearly-integrable (nearly) Hamiltonian Systems". Alessandra Celletti (Universidad de Roma).

"On orbital stability of periodic solutions of Hamiltonian Systems". Boris Bardin (Moscow Aviation Institute).

SESIÓN DE TESIS 1

"Study of the effect of conservative and weakly dissipative perturbations on symplectic maps and Hamiltonian systems ".

Escrita por: Arturo Vieiro (Universitat Politècnica de Catalunya).
Dirigida por: Carles Simó i Torres

RESUMEN:

Dado un sistema dinámico conservativo o débilmente disipativo, uno de los mayores objetivos matemáticos consiste en desarrollar herramientas que permitan obtener una descripción cuantitativa y global de su espacio de fases. Con este objetivo en la tesis se consideran perturbaciones conservativas y disipativas de sistemas dados por una aplicación que preserva área (APM). Se muestra cómo obtener diversos modelos analíticos simples que reflejan los aspectos relevantes de la dinámica que, combinados con la implementación de algoritmos numéricos adaptados a cada caso, facilitan la descripción global cuantitativa del espacio de fases asociado. A lo largo de la monografía se ilustran los resultados obtenidos usando como ejemplo paradigmático la aplicación de Hénon (diferentes versiones conservativas y disipativas).

El interés dinámico de un sistema definido por una APM se concentra alrededor de sus órbitas elípticas. Así, en los tres primeros capítulos del trabajo, se lleva a cabo un estudio alrededor de un punto fijo elíptico E_0 . No se pretende únicamente realizar un estudio **local** alrededor de E_0 (via p.ej. forma normal de Birkhoff), sino que se obtiene una descripción **semi-global** (analizando en detalle la escisión de las separatrices de las islas resonantes, viendo su evolución respecto a parámetros, utilizando aplicaciones de retorno tipo "separatrix map" para el estudio de la dinámica en las zonas caóticas, etc) y **global** (estudiando la evolución respecto parámetros del dominio de estabilidad). El último capítulo considera aplicaciones débilmente disipativas y se nutre de los resultados previos para analizar el correspondiente espacio de fases (en particular, se obtienen resultados relacionados con la probabilidad de captura en las diferentes "islas" resonantes disipativas tanto si son tipo "flujo" como en el caso en que conserven parte del entramado homoclínico del caso conservativo).

"Dinámica orbital de una partícula bajo el campo gravitatorio de una corona circular. Aplicación a planetas con anillos".

Escrita por: Eva Tresaco (Universidad de Zaragoza).
Dirigida por: Antonio Elife y Andrés Riaguas.

RESUMEN:

El objetivo de esta tesis es extender al caso de una corona circular plana trabajos previos que estudian la dinámica de una partícula orbitando alrededor de un anillo modelado como una sucesión finita de partículas o un cable circular sin grosor. De este modo aproximaremos de forma más precisa la realidad de los anillos que podemos encontrar en los planetas de nuestro Sistema, como los de Saturno, que se extienden cientos de kilómetros alrededor del cuerpo. Extender a este nuevo modelo, aunque sencillo en su planteamiento, conlleva bastantes dificultades en el tratamiento de las

expresiones que describen este potencial, que incluyen distintas especies de integrales elípticas.

Por tanto, la primera parte de la tesis la hemos basado en el estudio del potencial mediante el análisis de sus propiedades y el trabajo con las funciones elípticas, lo que nos ha permitido reescribir las complejas expresiones de la función potencial de manera que obtenemos una correcta evaluación numérica del mismo.

En la segunda parte se presenta el estudio de la dinámica de una partícula orbitando la corona. Para estos cálculos numéricos se han desarrollado distintas herramientas. Para el cálculo de las condiciones iniciales de las órbitas usamos un programa de representación de Secciones de Poincaré, y el programa Zeros basado en el uso de estrategias de evolución para la minimización de funciones. Para el cálculo de las familias periódicas usamos el método de continuación basado en el algoritmo de Deprit y Henrard, y el método de continuación de mapas de Poincaré.

Por último, se hace una extensión de estos resultados a un modelo de un planeta circular rodeado por una corona circular plana, estudiando en particular como afectaría el considerar un coeficiente de achatamiento para el planeta, y una composición de coronas. Para este modelo se presenta un análisis de las familias de órbitas periódicas encontradas, incluyendo órbitas en el espacio, que se encuentran por resonancias entre la velocidad orbital de la partícula en el plano meridional y la velocidad de rotación de este plano.

En conclusión, tanto para el problema de la dinámica alrededor de la corona como en el caso de la corona y el cuerpo central, hemos aplicado los métodos de búsqueda y continuación de familias de órbitas periódicas, y hemos determinado la estabilidad lineal de dichas familias, así como sus bifurcaciones. Obteniendo de este modo una visión de cómo se estructura la dinámica alrededor de estos cuerpos, de qué posiciones son más estables y por tanto adecuadas para el emplazamiento de un satélite artificial para su observación, y de cuál sería la evolución de esas órbitas a largo plazo.

SESIÓN DE TESIS 2

"Study of a class of skew-products defined on the cylinder".

Escrita por: Sara Costa (Universitat de Girona).

Dirigida por: Lluís Alsedà.

RESUMEN:

La tesis se compone de dos partes bien diferenciadas, en la primera se propone definición que no depende del sistema, se hace una comparativa con las ya existentes (y que estaban muy relacionadas con el tipo de sistema estudiado) y se muestran ejemplos, además se ve que atractores en otro tipo de sistema también pueden ser denominados de este modo.

La segunda parte de trabajo consiste en probar la coexistencia de una cantidad no numerable de "conjuntos atractivos" en sistemas triangulares dos dimensionales definidos en el cilindro y cuya base, R , es una función de grado uno. Primero se prueba que cuando el número de rotación de R es irracional existe un conjunto atractivo. Esto nos permitirá probar que, en el caso general, para cada irracional perteneciente al intervalo de rotación de R , tenemos un conjunto atractivo.

"Aplicaciones del Plano con un Punto Fijo de Atracción Global".

Escrita por: Begoña Alarcon (Centro de Matemática da Universidade do Porto, Portugal).
Dirigida por: José Martínez Alfaro y Carlos Gutierrez.

RESUMEN:

Global behavior of continuous and discrete dynamical systems is an interesting question. For local studies, Poincaré-Bendixon Theorem is a very powerful tool for continuous dynamical systems defined in \mathbb{R}^2 , but in the case of discrete dynamical system is not so. It works if, for instance, we consider the time T -map of a flow given by a vector field. But what happens if the map is not even differentiable in \mathbb{R}^2 ? In this case chaotic behavior can appear.

In my PhD Thesis we look for global attractors using Brouwer Homeomorphisms Theory and the spectrum of a map. Our work has been motivated by Discrete Markus-Yamabe Conjecture which establish a relationship between global stability of a fixed point and the eigenvalues of the differential matrix of a map at every point.

First, we see the relevance of Discrete Markus-Yamabe Conjecture in trying to describe the global dynamics of a fixed point and we will explain when the conjecture is true and when not. We will also stress the cases in \mathbb{R}^2 .

Secondly, we give conditions on the spectrum of a map which guaranty the existence of a unique fixed point. Moreover, we study the existence of periodic orbits and prove the existence of a global asymptotically attracting fixed point for continuous and injective maps of the plane.

Finally we give some application of our main results to Theory of Oscillations and Mathematical Biology via Poincaré map. We also present some related open problems.

"Analytic and numerical tools for the study of quasi-periodic motions in Hamiltonian Systems".

Escrita por : Alejandro Luque (Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona).

Dirigida por: Jordi Villanueva Castelltort.

RESUMEN:

Roughly speaking, we can say that KAM theory gathers a collection of techniques and methodologies to study quasi-periodic solutions of differential equations typically with Hamiltonian formulation. Although KAM theory is well-known (see [1]), classical methods present shortcomings and difficulties in order to apply the abstract results to concrete examples or models. Nevertheless, in [2] a new method was developed, without using action-angle variables, which allows us avoid most of the shortcomings of classical methods. This method was introduced for tori of maximal dimension and there is a current interest in extending it to other contexts, such as the study of non-twist tori in [4] or normally hyperbolic tori in [3]. One of the goals of this thesis has been to adapt this method to deal with elliptic lower dimensional tori. The additional technical difficulties are related to resonances between the basic frequencies of the tori and the oscillations in the "normal directions", which are characterized by means of reducibility in order to obtain the geometric properties that we require in the proof.

Furthermore, in order to study quasi-periodic invariant tori, valuable information is obtained from the frequency vector that characterizes the motion. Part of the work in this thesis has been to develop efficient numerical methods for the study of one dimensional quasi-periodic motions in a wide set of contexts. Our methodology is an extension of a recently developed approach to compute rotation numbers of circle maps (see [5]) based on suitable averages of iterates of the map. On the one hand, the ideas of [5] have been adapted to compute derivatives of the rotation number for parametric families of circle diffeomorphisms, thus obtaining powerful tools (for example, we can implement Newton-like methods) for the study of Arnold Tongues and invariant curves for twist maps, if we can build a circle map using suitable coordinates. On the other hand, we have developed a solidly justified method that allows us to avoid the practical difficulty of looking for these coordinates, thus extending the methods to more general contexts such as non-twist maps or quasi-periodic signals.

[1] R. de la Llave. *A tutorial on KAM theory. In Smooth ergodic theory and its applications, volume 69 of Proc. Sympos. Pure Math., pages 175-292. Amer. Math. Soc., 2001.*

[2] R. de la Llave, A. González, À. Jorba, and J. Villanueva. *KAM theory without action-angle variables. Nonlinearity, 18(2):855-895, 2005.*

[3] E. Fontich, R. de la Llave, and Y. Sire. *Construction of invariant whiskered tori by a parametrization method. Part I: Maps and flows in finite dimensions. J. Differential Equations, 246:3136-3213, 2009.*

[4] R. de la Llave, A. González and A Haro. *Non-twist KAM theory. In preparation.*

[5] T.M. Seara and J. Villanueva. *On the numerical computation of Diophantine rotation numbers of analytic circle maps. Phys. D, 217(2):107-120, 2006.*

2010 Ddays

*V Reunión de la Red Temática
DANCE*

COORDINADORES DANCE

Angel Jorba (UB)
Carmen Núñez (UVa)

COMITÉ CIENTÍFICO

Juan Bosco García (US)
Antonio Elipe (UZ)
Jaume Libre (UAB)
Juan José Morales (UPM)

COMITÉ ORGANIZADOR

Alberto Abad (UZ)
Roberto Barrio (UZ)
Fernando Blesa (UZ)
Angeles Dena (UZ)
M. Angeles Martínez (UZ)
Slawomir Piasecki (UZ)
Marcos Rodriguez (UZ)
Sergio Serrano (UZ)
Eva Tresaco (UZ)

