

F. Balibrea Gallego, M. Muñoz Guillermo, G. Soler López
(COMITÉ ORGANIZADOR)

9th Ddays conference



Murcia, Octubre 3-5 (2018).

Index

Organizadores de Ddays-18	3
Historia de los Ddays	4
Horario	5
Mapa	7
Participantes	8
Conferenciantes	10
Resúmenes	12
A. 3 de octubre. Piecewise-smooth systems, averaging and hybrid systems	12
1. Regularization of discontinuous dynamical systems	12
2. Revisiting slow fast dynamics with piecewise linear differential systems	12
3. Sistemas Híbridos de control	13
B. 4 de octubre (mañana). Atractores y alternativa de Fredholm en dinámica casi-periódica	13
4. A fractalization process in a complex non-reducible affine skew- product	13
5. Atractores en EDPs parabólicas, escalares y casi-periódicas con exponente 0	14
C. 4 de octubre (tarde). Repertorio de tesis doctorales	15
6. Some contributions to the analysis of piecewise linear systems	15
7. Global instability in Hamiltonian Systems	16
8. Avances en el estudio de propiedades topológicas de flujos analíticos sobre superficies	17
D. 5 de octubre. Matemáticas en biología	17
9. Dynamics of tumor and immune cell aggregates	17
10. Existencia de solución acotada en sistemas casi-periódicos . .	18
11. Insect movement patterns: dynamics of coupled and isolated neurons	19

Organizadores de Ddays-18

COORDINADORES DE LA RED

María Teresa Martínez-Seara Alonso (Universitat Politècnica de Catalunya)
Santiago Ibañez Mesa (Universidad de Oviedo)

COMITÉ CIENTÍFICO

Lluís Alsedà i Soler (Universidad Autónoma de Barcelona)
Francisco Balibrea Gallego (Universidad de Murcia)
Amadeu Delshams i Valdés (Universidad Politécnica de Cataluña)
Àngel Jorba Monte (Universidad Autónoma de Barcelona)
Carmen Núñez Jiménez (Universidad de Valladolid)
Enrique Ponce Núñez (Universidad de Sevilla)

COMITÉ ORGANIZADOR

Francisco Balibrea Gallego (Universidad de Murcia)
María Muñoz Guillermo (Universidad Politécnica de Cartagena)
Gabriel Soler López (Universidad Politécnica de Cartagena)



Historia de los Ddays

Esta es la novena edición de la conferencia Ddays (Ddays-18). La primera se celebró en Salou en marzo de 2003. A ésta edición le siguieron las de La Manga del Mar Menor (2004), Islantilla (2006), El Escorial (2008), Calatayud (2010), Benicàssim (2012), Badajoz (2014) y Salou (2016). La presente se celebra en Murcia organizada por los grupos de Sistemas Dinámicos de las Universidades de Murcia y Politécnica de Cartagena.

Estas notas contienen los resúmenes enviados por los conferenciantes, el horario y la lista de participantes.

El comité organizador.

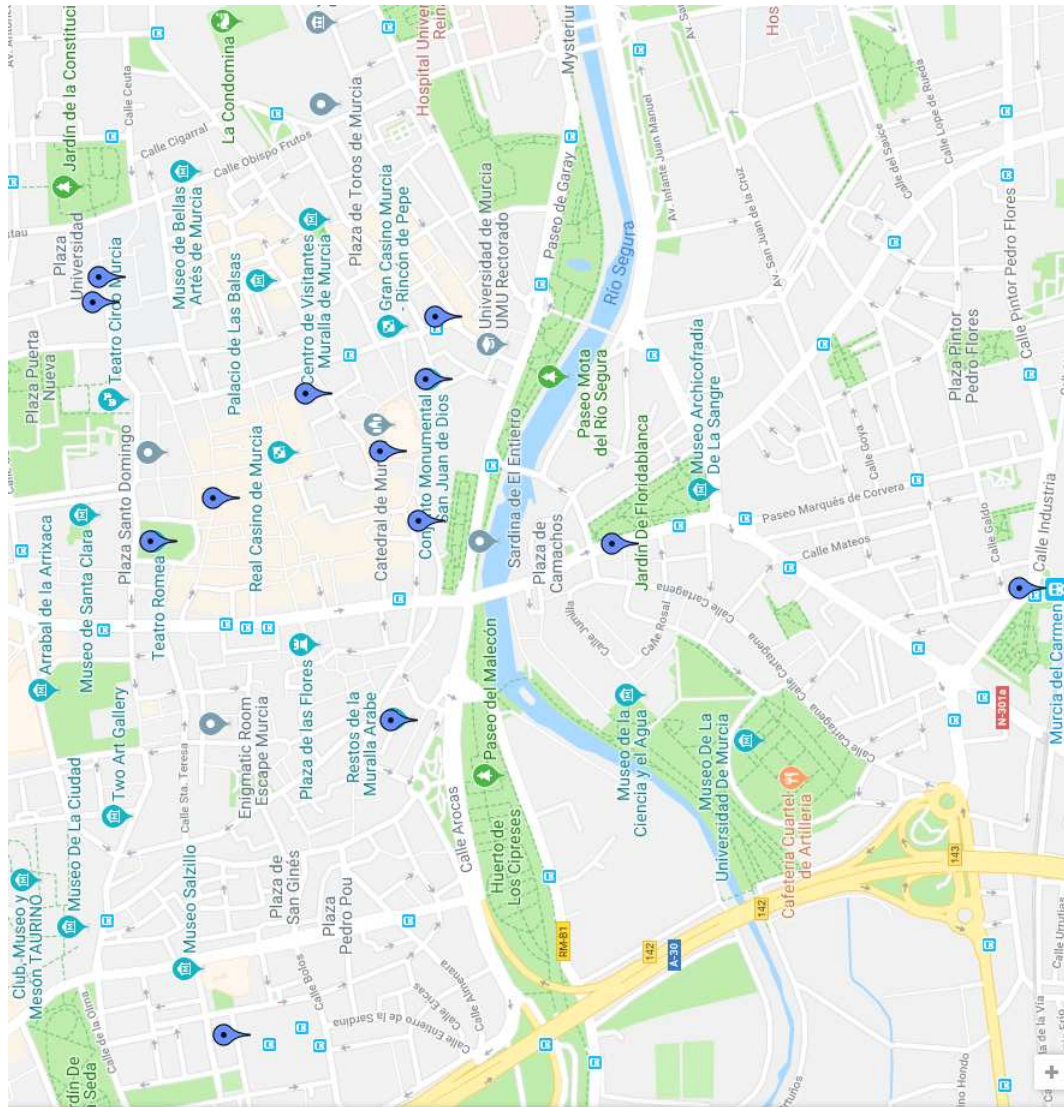
Horario

PROGRAMA D DAYS 2018 MURCIA		
3 de octubre		
13.30	Comida en "Restaurante Monumental"	
15.30	Apertura de los Ddays	
Sesión 1 Piecewise-smooth systems, averaging and hybrid systems		
Responsables: Enric Fossas y Francisco Torres		
16-16.45	<i>Carles Bonet</i>	Regularización de sistemas dinámicos discontinuos
16.45-17.30	<i>Alfonso Baños</i>	Sistemas híbridos
17.30-18	CAFÉ	
18-18.45	<i>Antonio Teruel</i>	Revisiting slow fast dynamics with piecewise linear differential systems
19	Visita guiada: "El río Segura como eje de la ciudad de Murcia"	
4 de octubre		
Sesión 2 Atractores y alternativa de Fredholm en dinámica casi-periódica		
Responsables: Ana M. Sanz y Joan C. Tatjer		
9-9.45	<i>Marc Jorba</i>	A fractalization process in a complex non-reducible affine skew-product
9.45-10.30	<i>Lluís Alsedà</i>	Numerical computation of invariant objects with wavelets
10.30-11	CAFÉ	
11-11.45	<i>Rafael Obaya</i>	Existencia de solución acotada en sistemas casi-periodicos
11.45-12.30	<i>Ana M. Sanz</i>	Atractores en EDPs parabólicas, escalares y casi-periódicas con exponente 0
13.30	Comida en "Restaurante Monumental"	
16-17.30 Repertorio de tesis doctorales.		
Responsables: Rosa Benito y Eduardo Liz		
16-16.20	<i>Leonardo Pereira</i>	Bifurcations of limit cycles in planar differential and piecewise differential systems
16.20-16.40	<i>Costa da Cruz</i>	Algunas contribuciones al análisis de sistemas lineales a trozos
16.40-17	<i>Amador Rodríguez</i>	
17-17.20	<i>Rodrigo Gonçalves</i>	Global instability in Hamiltonian systems
17.20-17.50	<i>Schaefer</i>	Advances in the study of topological properties of analytic flows on surfaces
17.20-17.50	CAFÉ	
18	Asamblea de la Red	
Responsables: Santiago Ibáñez y Tere Martínez Seara		
20.30	Cena de los Ddays en restaurante "La Mary"	
5 de octubre		
Sesión 5 Matemáticas en Biología		
Responsables: Roberto Barrio y Tomás Lázaro		
8.45-9.30	<i>Jesús Miguel Seoane</i>	Dynamics of tumor and immune cell aggregates
9.30-10.15	<i>Sergio Serrano/</i>	Insect movement patterns: dynamics of coupled and

	<i>Roberto Barrio</i>	isolated neurons
10.15-10.30	CAFÉ	
	<i>David Alonso</i>	Evidence for Critical Transitions in Nature: the Case of
10.30-11.15	<i>Giménez</i>	Malaria Epidemics
	<i>Blas Echebarría</i>	
11.15-12.00	<i>Domínguez</i>	On cardiac pathologies
13.30	Comida en “Restaurante Monumental”	

- *Las sesiones científicas de la reunión tendrán lugar en el Hemiciclo de la Facultad de Letras de la Universidad de Murcia ([mapa](#))*

Mapa



Ddays 2018

Lugares de interés para la reunión Ddays 2018
12 vistas
[COMPARTIR](#) [EDITAR](#)

Capa sin nombre

- 📍 Railway Station / Estación de tren
- 📍 Hotel Casa Emilio
- 📍 Cathedral / Catedral
- 📍 Bus Station / Estación de autobuses
- 📍 Universidad de Murcia: Campus de la Merced
- 📍 Ayuntamiento de Murcia
- 📍 Restos de la Muralla Árabe
- 📍 Teatro Romea
- 📍 Conjunto Monumental San Juan de Dios
- 📍 Universidad De Murcia Facultad De Letras
- 📍 Hotel Arco De San Juan
- 📍 La Mary
- 📍 Monumental Restaurant

Participantes

1. Alonso Giménez, David (Centro de Estudios Avanzados (CEAB-CSIC)).
2. Alonso González, Clementa (Universidad de Alicante).
3. Alsedà i Soler, Lluís (Universitat Autònoma de Barcelona).
4. Amador Rodríguez, Andrés Felipe (Universidad de Sevilla).
5. Arnal Pons, Ana (Universitat Jaume I).
6. Baños Torrico, Alfonso (Universidad de Murcia).
7. Balibrea Gallego, Francisco (Universidad de Murcia).
8. Barrio Gil, Roberto (Universidad de Zaragoza).
9. Benito, Rosa María (Universidad Politécnica de Madrid).
10. Bonet Reves, Carles (Universitat Politècnica de Catalunya).
11. Cánovas Peña, José Salvador (Universidad Politécnica de Cartagena).
12. Campos Sancho, Beatriz (Universitat Jaume I).
13. Cascales Vicente, Antonio (Universidad de Murcia).
14. Chiralt Monleón, Cristina (Universitat Jaume I).
15. Delshams i Valdés, Amadeu (Universitat Politècnica de Catalunya).
16. Echebarría, Blas (Universitat Politècnica de Catalunya).
17. Espín Buendía, José Ginés (Universidad de Murcia).
18. Falcó Montesinos, Antonio (Universidad Cardenal Herrera CEU).
19. Fernández García, Soledad (Universidad de Sevilla).
20. Fernández Sánchez, Fernando (Universidad de Sevilla).
21. García García, Cristóbal (Universidad de Huelva).
22. Giralt Miron, Mar (Universitat Politècnica de Catalunya).
23. Gonçalves Schaefer, Rodrigo (Universitat Politècnica de Catalunya).
24. Ibáñez Mesa, Santiago (Universidad de Oviedo).

25. Jiménez López, Víctor (Universidad de Murcia).
26. Jorba Monte, Àngel (Universidad de Barcelona).
27. Jorba-Cuscó, Marc (Universitat de Barcelona).
28. Lázaro, J. Tomás (Universitat Politècnica de Catalunya).
29. López Pouso, Rodrigo (Universidad de Santiago de Compostela).
30. Linero Bas, Antonio (Universidad de Murcia).
31. Martínez-Seara Alonso, María Teresa (Universitat Politècnica de Catalunya).
32. Muñoz Guillermo, María (Universidad Politécnica de Cartagena).
33. Núñez Jiménez, Carmen (Universidad de Valladolid).
34. Nicolás Ávila, Begoña (Universitat de Barcelona).
35. Obaya, Rafael (Universidad de Valladolid).
36. Pereira Costa da Cruz , Leonardo (Universitat Autònoma de Barcelona).
37. Peris, Alfred (Universitat Politècnica de València).
38. Ponce Núñez, Enrique (Universidad de Sevilla).
39. Reyes Columé, Manuel (Universidad de Huelva).
40. Rodríguez del Río, Òscar (Universitat Politècnica de Catalunya).
41. Ros Padilla, Francisco Javier (Universidad de Sevilla).
42. Sanz Gil, Ana María (Universidad de Valladolid).
43. Seoane Sepúlveda, Jesús Miguel (Universidad Rey Juan Carlos).
44. Soler López, Gabriel (Universidad Politécnica de Cartagena).
45. Soto Clares, Davinia (Universidad de Murcia).
46. Tatjer Montaña, Joan Carles (Universitat de Barcelona).
47. Teruel Aguilar, Antonio E. (Universitat de les Illes Balears).
48. Torregrosa, Joan (Universitat Autònoma de Barcelona).
49. Torres Peral, Francisco (Universidad de Sevilla).
50. Valero Cuadra, José (Universidad Miguel Hernández).
51. Vindel, Pura (Universitat Jaume I).

Conferenciantes

Sesión 1: Piecewise-smooth systems, averaging and hybrid systems

Responsables: Enric Fossas y Francisco Torres

Conferencias

1. Bonet Reves, Carles
 - Regularización de sistemas dinámicos discontinuos
2. Baños Torrico, Alfonso
 - Sistemas híbridos
3. Teruel Aguilar, Antonio E.
 - Revisiting slow fast dynamics with piecewise linear differential systems

Sesión 2: Atractores y alternativa de Fredholm en dinámica casi-periódica

Responsables: Ana M. Sanz y Joan C. Tatjer

Conferencias

1. Jorba-Cuscó, Marc
 - A fractalization process in a complex non-reducible affine skew-product
2. Alsedà i Soler, Lluís
 - Numerical computation of invariant objects with wavelets
3. Obaya, Rafael
 - Existencia de solución acotada en sistemas casi-periódicos
4. Sanz Gil, Ana María
 - Atractores en EDPs parabólicas, escalares y casi-periódicas con exponente 0

Sesión 3: Repertorio de tesis doctorales

Responsables: Rosa Benito y Eduardo Liz

Conferencias

1. Pereira Costa da Cruz , Leonardo
 - Bifurcations of limit cycles in planar differential and piecewise differential systems
2. Amador Rodríguez, Andrés Felipe
 - Algunas contribuciones al análisis de sistemas lineales a trozos
3. Gonçalves Schaefer, Rodrigo
 - Global instability in Hamiltonian systems
4. Espín Buendía, José Ginés
 - Advances in the study of topological properties of analytic flows on surfaces

Sesión 4: Matemáticas en biología

Responsables: Roberto Barrio y Tomás Lázaro

Conferencias

1. Seoane Sepúlveda, Jesús Miguel
 - Dynamics of tumor and immune cell aggregates
2. Barrio Gil, Roberto
 - Insects movement patterns: dynamics of coupled and isolated neurons
3. Alonso Giménez, David
 - Evidence for Critical Transitions in Nature: the Case of Malaria Epidemics
4. Echebarría, Blas
 - On cardiac pathologies

Resúmenes

A. 3 de octubre. Piecewise-smooth systems, averaging and hybrid systems

1. Regularization of discontinuous dynamical systems

Carles Bonet, Tere M. Seara

Discontinuous dynamical systems model many phenomena in control theory, in mechanical friction and impacts, in hysteresis in electrical circuits and plasticity, etc...In these systems the phase space is divided into several regions where the system takes different forms. Vector fields with jump discontinuities at the edges of these regions -the switching manifolds, are usually named Filippov Systems.

A natural question is whether a discontinuous system can be embedded in a set of parametric regular systems in such a manner that the discontinuous one will be, in some sense, its limit. And then a univocal flow can be defined on the edges but as V. I Utkin noted (Sliding modes in control and optimization), not only there is not an unambiguous regularization technique but different regularization techniques can lead to different ways of defining the edge solutions. Then the way chosen will depend on their suitability to model the problem.

We present different examples of discontinuous systems with regularizations which produces qualitative different behaviour: a single degree dry friction oscillator, a grazing-sliding saddle-node bifurcation and the so different effect of linear and nonlinear regularization of periodically forced oscillators

2. Revisiting slow fast dynamics with piecewise linear differential systems

Antonio E Teruel

Slow Fast systems are differential systems involving variables which evolve with very different velocities. When the ratio of these velocities, ϵ , moves far from 1, some very specific dynamical phenomena appear. In particular the existence of orbits following close to an unstable manifold for a large amount of time, or the so called canard phenomenon (consisting in a sudden growing of the size of a periodic orbit from an small amplitude one, borning of a Hopf bifurcation, up to an relaxation-oscillation orbit).

Even when these phenomena were observed in piecewise linear (PWL) slow-fast systems at the beginning of the 1990s, they were not analysed from the singular perturbation theory point of view.

By using a suitable singular perturbation approach, in this talk we analyse the existence and stability of canard solutions, in a class of planar PWL slow fast systems with a N-shaped critical manifold. Since these canard solutions start at a Hopf bifurcation, both cases, the supercritical and the subcritical one, are analysed. In the last case, we show that two canard orbits can coexist, and annihilate one each other in a saddle-node bifurcation of canard orbits, similarly to the smooth case.

Finally, we use the previous analysis to address some open questions appearing in the planar smooth context, such as the behaviour of transitory canard orbits and the uniqueness of maximal canard orbits.

3. Sistemas Híbridos de control

Alfonso Baños

Los sistemas dinámicos híbridos están gobernados por una combinación de dinámica temporal y dinámica basada en eventos. Existen una variedad de enfoques a la hora de modelar sistemas híbridos y también en sus aplicaciones. El foco de la ponencia estará en los sistemas híbridos impulsivos con aplicación al control de sistemas, en particular en el uso de controladores reseteados para la superación de las limitaciones fundamentales de los sistemas de control lineales e invariantes en el tiempo. Los sistemas de control reseteados surgen a partir del trabajo seminal de Clegg en 1958, en el que se introduce un integrador no lineal que pone su salida a cero siempre que su entrada sea cero; dos décadas más tarde, dos trabajos liderados por Horowitz proponían métodos de diseño que incorporaban al integrador de Clegg (CI) y también el elemento de reseteo de primer orden (FORE). Finalmente, a finales de los 90 se introduce el término controlador reseteados en los trabajos liderados por Hollot y Chait. En la última década se han utilizado diferentes formulaciones de sistemas híbridos para el análisis y diseño de sistemas de control reseteados, destacando el marco de los sistemas dinámicos impulsivos (IDS), y el marco de las inclusiones híbridas (HI). La ponencia está centrada en el marco IDS, se discutirán resultados fundamentales relacionados con "well-posedness", estabilidad, y diseño de sistemas de control, mostrando también varias aplicaciones experimentales.

B. 4 de octubre (mañana). Atractores y alternativa de Fredholm en dinámica casi-periódica

4. A fractalization process in a complex non-reducible affine skew-product

Núria Fagella, Àngel Jorba, Marc Jorba and Joan Carles Tatjer

Departament de Matemàtiques i Informàtica
Universitat de Barcelona
Gran Via 585, 08007 Barcelona, Spain
E-mails: fagella@maia.ub.es, angel@maia.ub.es,

marc@maia.ub.es, jcarles@maia.ub.es

Floquet theorem states that a Linear Ordinary Differential Equation with periodic coefficients can be reduced, by means of a periodic change of variables, to constant coefficients. In the quasi-periodic case, which is not that simple, we establish a distinction between reducible and non-reducible (to a constant coefficients). In this talk we tackle some problems related to skew-products in the complex plane. In this context, we show that, under generic conditions, the only source of non-reducibility comes from a topological obstruction. This kind of lack of reducibility is sometimes called *essential non-reducibility*.

We study also affine systems, the simplest systems in which one observes invariant curves. We show that non-reducibility has a visible impact in the bifurcation at zero Lyapunov exponent, that is, when the curve passes from being attracting to being repelling. We prove that, when its linear behaviour is not reducible, and as the Lyapunov exponent goes to zero, the invariant curve gets destroyed by a mechanism of fractalization, the **wild winding process**, which is similar to others observed in the real line. This mechanism does not appear on stage when the Lyapunov exponent of a reducible curve goes to zero.

5. Atractores en EDPs parabólicas, escalares y casi-periódicas con exponente 0

Ana M. Sanz

Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales, Sociales y de la
Matemática y miembro del IMUVA, Universidad de Valladolid
anasan@wmatem.eis.uva.es

En esta charla consideramos el semiflujo tipo *skew-product* inducido por las soluciones *mild* de una familia de problemas escalares de EDPs parabólicas de tipo lineal-disipativo sobre un flujo minimal y únicamente ergódico (P, \cdot, \mathbb{R}) , dada para cada $p \in P$ por

$$\begin{cases} \frac{\partial y}{\partial t} = \Delta y + h(p \cdot t, x) y + g(p \cdot t, x, y), & t > 0, x \in U, \\ By := \alpha(x) y + \frac{\partial y}{\partial n} = 0, & t > 0, x \in \partial U. \end{cases}$$

En Cardoso et al. [2] se llevó a cabo un estudio de la estructura de los atractores global y cociclo en el caso en que el exponente de Lyapunov superior λ_P de la familia lineal asociada es distinto de 0. Ahora nos ocupamos del mismo problema en el caso en que $\lambda_P = 0$, y mostramos que estos atractores con frecuencia exhiben una dinámica muy compleja.

Básicamente pueden presentarse dos tipos de atractores, dependiendo de si la correspondiente familia lineal tiene asociado un cociclo real acotado o no acotado. En el primer caso, en el que se encuentran por ejemplo las ecuaciones periódicas, la estructura del atractor es simple, mientras que en el segundo caso el atractor es un

conjunto pinzado con una estructura complicada. Además, describimos situaciones en las que el atractor es caótico en medida en el sentido de Li-Yorke, y explicamos un posible fenómeno de bifurcación no autónoma discontinua tipo *pitchfork* cuando las ecuaciones son cóncavas.

La charla está basada en el trabajo conjunto [1] con Tomás Caraballo y José A. Langa de la Universidad de Sevilla, y Rafael Obaya de la Universidad de Valladolid.

Bibliografía

- [1] T. Caraballo, J.A. Langa, R. Obaya, Ana M. Sanz, Global and cocycle attractors for non-autonomous reaction-diffusion equations. The case of null upper Lyapunov exponent, *J. Differential Equations* **265** (2018), 3914–3951.
- [2] C.A. Cardoso, J.A. Langa, R. Obaya, Characterization of cocycle attractors for nonautonomous reaction-diffusion equations, *Internat. J. Bifur. Chaos*, **26** (8) 1650135, (2016).

C. 4 de octubre (tarde). Repertorio de tesis doctorales

6. Some contributions to the analysis of piecewise linear systems

Andrés Felipe Amador Rodríguez

This thesis consists of two parts, with contributions to the analysis of dynamical systems in continuous time and in discrete time, respectively.

In the first part, we study several models of memristor oscillators of dimension three and four, providing for the first time rigorous mathematical results regarding the rich dynamics of such memristor oscillators, both in the case of piecewise linear models and polynomial models. Thus, for some families of discontinuous 3D piecewise linear memristor oscillators, we show the existence of an infinite family of invariant manifolds and that the dynamics on such manifolds can be modeled without resorting to discontinuous models. Our approach provides topologically equivalent continuous models with one dimension less but with one extra parameter associated to the initial conditions. It is possible so to justify the periodic behavior exhibited by such three dimensional memristor oscillators, by taking advantage of known results for planar continuous piecewise linear systems.

By using the first-order Melnikov theory, we derive the bifurcation set for a three-parametric family of Bogdanov-Takens systems with symmetry and deformation. As an applications of these results, we study a family of 3D memristor oscillators where the characteristic function of the memristor is a cubic polynomial. In this family

we also show the existence of an infinity number of invariant manifolds. Also, we clarify some misconceptions that arise from the numerical simulations of these systems, emphasizing the important role of invariant manifolds in these models.

In a similar way than for the 3D case, we study some discontinuous 4D piecewise linear memristor oscillators, and we show that the dynamics in each stratum is topologically equivalent to a continuous 3D piecewise linear dynamical system. Some previous results on bifurcations in such reduced systems, allow us to detect rigorously for the first time a multiple focus-center-cycle bifurcation in a three-parameter space, leading to the appearance of a topological sphere in the original model, completely foliated by stable periodic orbits.

In the second part of this thesis, we show that the two-dimensional stroboscopic map defined by a second order system with a relay based control and a linear switching surface is topologically equivalent to a canonical form for discontinuous piecewise linear systems. Studying the main properties of the stroboscopic map defined by such a canonical form, the orbits of period two are completely characterized. At last, we give a conjecture about the occurrence of the *big bang* bifurcation in the previous map.

7. Global instability in Hamiltonian Systems

Amadeu Delshams and Rodrigo G. Schaefer

Laboratory of Geometry and Dynamical Systems - UPC

We prove, in [DS17, DS18], that for any non-trivial perturbation depending on any two independent harmonics of a pendulum and a rotor there is global instability, also called Arnold diffusion. The proof is based on the geometrical method and relies on the concrete computation of several scattering maps. A complete description of the different kinds of scattering maps taking place as well as the existence of piecewise smooth global scattering maps is also provided. Similar results apply for any non-trivial perturbation depending on any three independent harmonics of a pendulum and two rotors.

Bibliography

- [DS17] A. Delshams and R. G. Schaefer. Arnold diffusion for a complete family of perturbations. *Regular and Chaotic Dynamics*, 22(1):78–108, Jan 2017.
- [DS18] A. Delshams and R. G. Schaefer. Arnold diffusion for a complete family of perturbations with two independent harmonics. *Discrete Contin. Dyn. Syst.*, 38(12), 2018.

8. Avances en el estudio de propiedades topológicas de flujos analíticos sobre superficies

José Ginés Espín Buendía

La Tesis Doctoral fue dirigida por el Prof. Víctor Jiménez López y fue defendida el 5 de diciembre de 2018.

A grandes rasgos, el trabajo se propone investigar el efecto de la analiticidad en el campo de los sistemas dinámicos continuos en dimensión 2, es decir, qué fenómenos dinámicos aparecen cuando la función que define un sistema de este tipo es analítica. Más concretamente, se trata de avanzar en la investigación de la naturaleza topológica de los flujos analíticos sobre superficies en los siguientes cuatro ámbitos:

1. la clasificación topológica de los atractores globales inestables para flujos polinómicos en el plano;
2. la caracterización topológica de los conjuntos ω -límite para flujos analíticos en abiertos de la esfera y el plano proyectivo;
3. la caracterización topológica de los conjuntos periódicos límite para familias de flujos polinómicos en el plano;
4. el estudio de los flujos analíticos en superficies con todas sus órbitas densas.

En nuestra charla, trataremos de explicar lo que entendemos exactamente por cada uno de los cuatro puntos previos, remarcando cuál ha sido nuestra contribución en cada caso.

D. 5 de octubre. Matemáticas en biología

9. Dynamics of tumor and immune cell aggregates

Jesús Miguel Seoane Sepúlveda

In this talk we present our work on the dynamics of tumor and immune cell interactions [1-4]. A hybrid probabilistic cellular automaton model describing the spatio-temporal evolution of tumor growth and its interaction with the cell-mediated immune response is developed. The model parameters are adjusted to an ordinary differential equation model, which has been previously validated [1] with in vivo experiments and chromium release assays. The cellular automaton is used to perform in silico experiments which, together with mathematical analyses, allow us to characterize the rate at which a tumor is lysed by a population of cytotoxic immune cells [2-3]. Finally, the transient and asymptotic dynamics of the cell-mediated immune response to tumor growth is considered [4]. The cellular automaton model is used to investigate and discuss the capacity of the cytotoxic cells to sustain long periods of

tumor mass dormancy, as commonly observed in recurrent metastatic disease. This is a joint work with Alvaro G. López and Miguel A. F. Sanjuán.

Bibliography.

- [1] Alvaro G. López, Jesús M. Seoane, and Miguel A.F. Sanjuán. A validated mathematical model of tumor growth including tumor-host interaction, cell-mediated immune response and chemotherapy. *Bulletin of Mathematical Biology* 76, 2884-2906, 2014.
- [2] Alvaro G. López, Jesús M. Seoane, and Miguel A.F. Sanjuán. Destruction of solid tumors by immune cells. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 44, 390-403 (2016).
- [3] Alvaro G. López, Jesús M. Seoane, and Miguel A.F. Sanjuán. Decay dynamics of tumors. *Plos ONE* 11, e0157689 (2016).
- [4] Alvaro G. López, Jesús M. Seoane, and Miguel A.F. Sanjuán. Dynamics of the cell-mediated immune response to tumor growth. *Proc. R. Soc. A* 375, 20160291 (2017).

10. Existencia de solución acotada en sistemas casi-periódicos

Rafael Obaya

Sea un sistema lineal de coeficientes T -periódicos. Es muy conocido que si la homogénea no tiene solución T -periódica, la ecuación completa tiene una única solución T -periódica. Cuando trabajamos en el marco acotadas la no existencia de solución acotada en una ecuación homogénea no implica la existencia de solución acotada para perturbación con un término no homogéneo acotado. Para poder demostrar la resubilidad acotada de un sistema acotado es necesario imponer que la homogénea tenga una dicotomía exponencial y no es suficiente con la inexistencia de solución acotada no trivial, en la correspondiente homogénea.

Un resultado de Sacker&Sell muestra que cuando el sistema es casiperiódico, la no existencia de dicotomía implica la existencia de solución acotada no trivial (no necesariamente casi-periódica) dentro de una de las ecuaciones homogéneas pertenecientes a la llamada envolvente que es una familia de ecuaciones diferenciales obtenida al considerar límite uniforme tras desplazamientos temporales. Esto nos permitiera considerar la posibilidad de una alternativa de Fredholm. La existencia de solución acotada en un sistema lineal completo implica la existencia de solución acotada en cada una de las envolventes, sin embargo la estructura del espacio de soluciones acotadas es diferente según la ecuación diferencial en la envolvente considerada a no ser que se imponga una condición de separación de soluciones o de "Favard".

También se analizará la condición de ortogonalidad. Distintas alternativas en la bibliografía se pueden unificar usando los fibrados de Sacker&Sell obteniendo una condición necesaria pero que parece suficiente.

Bibliografía.

Campos, J.; Obaya, R.; Tarallo, M. Favard theory for the adjoint equation and Fredholm alternative. *J. Differential Equations* **262** (2017), 749–802.

11. Insect movement patterns: dynamics of coupled and isolated neurons

R. Barrio^{1,3} **Á. Lozano**^{2,3} **M. Rodríguez**^{2,3} **S. Serrano**^{1,3}

1. University of Zaragoza, Zaragoza, Spain.
2. Centro Universitario de la Defensa, Zaragoza, Spain.
2. Email: {rbarrio, alozano, marcos, sserrano}@unizar.es

The last few years a large number of studies has focus their attention to understand the mechanisms that govern the insect movement in order to apply them to autonomous robot movement. Small networks of neurons model central pattern generators (CPG) that control insect locomotion [1, 5]. In this work, we study small CPGs (6-neuron model) for insect locomotion where each neuron follows the same neuron model. Among others, we will use the Hodgkin-Huxley like model of Ghigliazza-Holmes [5].

A first key point is the development of a detailed “roadmap” that provides an exhaustive information [3] about the dynamics of a single neuron. Such information shades light on the effect of varying a parameter. This helps us to identify locomotive properties determined by individual neurons or by whole network. By using suitable symmetry reductions, the basic 6-neuron model can be reduced to a 3-cell model [8, 1, 5]. Therefore, a detailed bifurcation analysis of a 3-neuron model [7] is also relevant. With a suitable combination of short and weak global inhibitory and excitatory stimuli over the network, we can switch between different stable patterns in small neuron networks (in our case a 3-neuron network). We develop a systematic study [6] showing and explaining the effects of applying the pulses at different moments. Moreover, we apply the technique on a completely symmetric network and on a slightly perturbed one (a more realistic situation). The approach of using global stimuli, as in the case of applying a current or a chemical substance to all the network, allows one to avoid undesirable synchronization patterns with nonaggressive stimuli. Also, the use of the roadmaps reveals [3, 4] the existence of heteroclinic cycles between saddle fixed points (FP) and invariant circles (IC) in a 3-cell CPG network. Such a cycle underlies a robust jiggling behavior in bursting synchronization [4].

Finally a detailed analysis of the complete 6-neuron model is performed [2], showing the transitions from the different insect moving gaits, and in particular the tripod or tetrapod coordination patterns.

Bibliography

- [1] Aminzare., Z, Srivastava, V., Holmes., P.: Gait transitions in a phase oscillator model of an insect central pattern generator, *SIAM J. on Dynamical Systems*, 17 (1), 626-671, (2018).
- [2] Barrio, R., Lozano, Á., Rodríguez, M., Serrano, S.: Patterns in disgusting cockroaches, Preprint, 2018.
- [3] Barrio, R., Martínez, M. A., Serrano, S., Shilnikov, A.: Macro and micro-chaotic structures in the Hindmarsh-Rose model of bursting neurons, *Chaos*, 24 (2), 023128, (2014).
- [4] Barrio, R., Rodríguez, M., Serrano, S., Shilnikov, A.: Mechanism of quasi-periodic lag jitter in bursting rhythms by a neuronal network, *EPL*, 112 (3), 38002, (2015).
- [5] Ghigliazza, R., Holmes.,P.: A minimal model of a central pattern generator and motoneurons for insect locomotion, *SIAM J. on Dynamical Systems* 3 (4), pp. 671-700, (2004).
- [6] Lozano, Á., Rodríguez, M., Barrio, R.: Control strategies of 3-cell Central Pattern Generator via global stimuli, *Scientific Reports* 6, 23622, (2016).
- [7] Wojcik, J., Schwabedal, J., Clewley, R., Shilnikov, A.: Key bifurcations of bursting polyrhythms in 3-cell central pattern generators, *PloS ONE* 9 (4), e92918, (2014).
- [8] Yeldesbay, A., Tibor, T., Daun. S.: The role of phase shifts of sensory inputs in walking revealed by means of phase reduction, *Journal of Computational Neuroscience*, 44 (3), 313-339, (2018).