

Conexiones Globales y Comportamientos Periódicos en Sistemas Dinámicos Lineales a Trozos

Escrita por: Elisabeth García Medina

Dirigida por: Victoriano Carmona Centeno y Fernando Fernández Sánchez

Dpto. de Matemática Aplicada II, E. T. S. de Ingeniería, Universidad de Sevilla.

Resumen

Gran parte de la importancia que tienen los sistemas continuos lineales a trozos se debe a que modelan a la perfección numerosas aplicaciones reales (circuito de Chua, oscilador de Colpitts, oscilador en Puente de Wien). Además, la posibilidad de obtener explícitamente el flujo en cada zona de linealidad mediante la integración directa del sistema permite considerar problemas que son prácticamente inabordables en sistemas diferenciables.

En esta memoria se utilizan las particularidades de los sistemas lineales a trozos para obtener pruebas analíticas de la existencia de órbitas periódicas y conexiones globales en una amplia familia de sistemas tridimensionales lineales a trozos con continuidad. Entre todos los miembros de la familia, elegimos un representante que podemos considerar como una versión lineal a trozos del conocido sistema de Michelson.

Concretamente, se prueba la existencia de dos conexiones globales (conexión homoclina directa y ciclo heteroclino tipo punto-T) para ciertos valores del parámetro del sistema. Mediante las semiaplicaciones de Poincaré, obtenemos las condiciones que caracterizan a cada una de las conexiones y comprobamos que, a pesar de ser distintas, sus pruebas de existencia son análogas.

En relación al análisis de comportamientos periódicos estudiamos la configuración conocida como bifurcación *noose* (lazo) y llevamos a cabo una prueba analítica de la existencia de la familia de órbitas periódicas reversibles de dos cortes con el plano de separación que está involucrada en esta bifurcación. A medida que aumenta el periodo, las órbitas periódicas van deformándose hasta que se produce un cruce tangencial con el plano de separación a través del origen. En el espacio de parámetros, el punto correspondiente a este cruce tangencial tiene algunas características y propiedades que lo hacen tener un papel central en los diagramas de bifurcación de las familias de órbitas periódicas.

Mediante un algoritmo de continuación numérica, basado en el método de pseudo-longitud de arco, continuamos la familia de órbitas periódicas reversibles de cuatro cortes que surge de la tangencia. Este algoritmo nos sirve también para obtener las ramas de órbitas periódicas que surgen de cada una de las degeneraciones de duplicación de periodo

y pitchfork que se dan sobre el lazo. Algunas de dichas ramas tienden a conexiones globales a medida que aumenta el periodo. Además, todas estas familias pasan por tangencias de distinto tipo entre las órbitas periódicas y el plano de separación. Este fenómeno nos obliga a desarrollar y manipular distintas ecuaciones para órbitas periódicas reversibles y no reversibles de diferente número de cortes con el plano de separación.

A lo largo de la memoria se pone de manifiesto que la versión lineal a trozos del sistema de Michelson reproduce, con las debidas puntualizaciones, mucha de la dinámica que exhibe el sistema original de Michelson. De esta forma, se abre la posibilidad de encontrar nuevos fenómenos en el caso diferenciable a partir del estudio del sistema no regular. Aunque estas demostraciones son específicas de esta familia, los procedimientos utilizados se pueden extender de forma genérica a otros sistemas lineales a trozos.