

SESIÓN 1

Ecología teórica
+
Sistemas dinámicos

SESIÓN 1

Ecología y Ψ ecología teórica
+
Sistemas dinámicos

Buscando la fórmula de la felicidad

Eduardo Liz Marzán
Departamento de Matemática Aplicada II
Universidade de Vigo



Charla basada en un trabajo conjunto con Trofimchuk & Trofimchuk

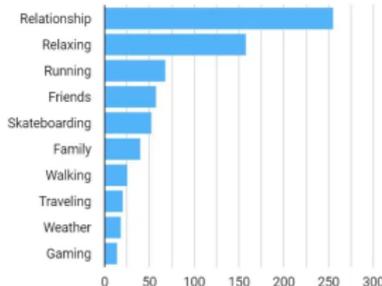
¿Se puede medir la felicidad? Algunos lo intentan

Hugo Huijer: Happiness review 2020



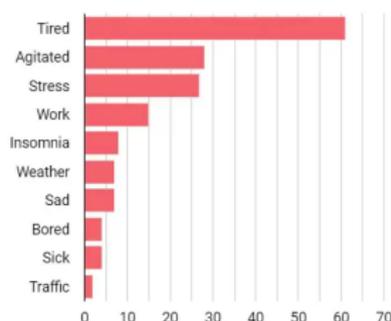
Positive happiness factors 😊

(top 10 most frequent)



Negative happiness factors 😞

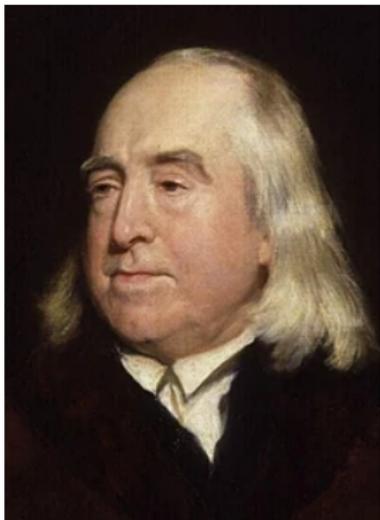
(top 10 most frequent)



La cosa viene de lejos: hagamos historia

La utilidad y el cálculo hedonista

J. Bentham. "An Introduction to the Principle of Morals and Legislations" (1789)



Jeremy Bentham
Londres (1748–1832)
Es considerado el padre del
utilitarismo moderno.

El **utilitarismo** es una filosofía que establece que la mejor acción es la que produce **la mayor felicidad y bienestar** para el mayor número de individuos involucrados y maximiza la utilidad.

*“La naturaleza ha puesto a la humanidad bajo el gobierno de dos amos soberanos: **el dolor y el placer**. Nos gobiernan en todo lo que hacemos, en todo lo que decimos, en todo lo que pensamos.*

***El principio de utilidad** reconoce esta sujeción y la asume como fundamento de ese sistema, cuyo objeto es **levantar el tejido de la felicidad** por las manos de la razón y del derecho.”*

*“Por **utilidad** se entiende aquella propiedad en cualquier objeto que tiende a producir **beneficio, ventaja, placer, bien o felicidad** a la parte cuyo interés se considera.”*

La utilidad y el cálculo hedonista

J. Bentham (1789)

Bentham introdujo el concepto de **utilidad de una experiencia placentera** y además **propuso su cálculo** como una medida que **cuantifica la felicidad** y debe tener en cuenta las principales características de la experiencia:

- **Intensidad**
- **Duración**
- **Probabilidad**
- **Proximidad**
- **Fecundidad** (probabilidad de que dé lugar a otro placer)
- **Pureza** (probabilidad de que no genere una experiencia dolorosa).

También describe una exhaustiva lista de **clases y subclases de placeres** (de los sentidos, de la amistad, de la imaginación, del poder, ...).

F. Y. Edgeworth (1881): El hedonómetro



Mathematical Psychics: An Essay on the Application of Mathematics to the Moral Sciences



Francis Ysidro Edgeworth
Longford (1845) – Oxford (1926)

“Para precisar las ideas, concédase a la ciencia del placer lo que se concede a la ciencia de la energía: imaginar un instrumento idealmente perfecto, una máquina psicofísica, registrando continuamente la intensidad del placer experimentado por un individuo. De un momento a otro, el hedonómetro varía: el delicado índice ahora parpadeando con el aleteo de las pasiones, ahora estabilizado por la actividad intelectual, hundido horas enteras en el entorno del cero o brotando de repente hacia el infinito.”

A Edgeworth se deben importantes aportaciones en **Estadística y Economía**. Fue uno de los fundadores de la revista *The Economic Journal*. Licenciado en **Literatura y Humanidades** y doctor en **Derecho**, fue **matemático y economista autodidacta** y profesor de **Política Económica** en la Universidad de Oxford.

F. Y. Edgeworth (1881): El hedonímetro



Mathematical Psychics: An Essay on the Application of Mathematics to the Moral Sciences



Francis Ysidro Edgeworth
Longford (1845) – Oxford (1926)

En el libro de Edgeworth hay pensamientos peculiares, como lo que podríamos llamar **Teorema de Rolle-Aristóteles** (o teorema del valor medio de Aristóteles): *“la propiedad de que entre dos mínimos haya un máximo es equivalente a la máxima de Aristóteles de que la virtud es el punto medio entre dos vicios”*.

Sus matemáticas consisten en considerar una analogía entre los principios del utilitarismo para alcanzar la mayor felicidad y los principios de máxima energía en Física.

Visualiza la “mecánica social” como una teoría análoga a la mecánica celeste. Alude a modelos de competición y utiliza el cálculo de variaciones.

Utilidad instantánea y utilidad recordada

D. Kahneman et al. (1997)



Daniel Kahneman
Tel Aviv (1934–)

Doctor en psicología en Berkeley,
donde también estudió matemáticas.

Figura clave en el estudio
de la economía conductual
y la psicología hedonista.

Recibió el Premio Nobel
de Economía en 2002.

“El placer y el dolor son atributos de cada momento de la experiencia, pero los resultados que las personas valoran normalmente se extienden con el tiempo. El concepto básico en nuestro análisis es la utilidad instantánea: una medida de la experiencia hedónica y afectiva que corresponde a la dimensión de intensidad en los escritos de Bentham y Edgeworth. El enfoque de nuestro análisis es la evaluación de resultados extendidos temporalmente. Para ello se considera la utilidad recordada: una medida que se infiere de las experiencias de un sujeto sobre el placer o el disgusto asociado con los resultados pasados.”



D. Kahneman, P. P. Wakker, R. Sarin. *Back to Bentham?*
Explorations of Experienced Utility Q. J. Econ. 112 (1997).

La regla del “peak–and–end”

Kahneman et al. (1993) “When more pain is preferred to less: adding a better end.”

La regla del “**peak–and–end**” postula que al recordar una experiencia y valorar su utilidad, no lo hacemos examinando globalmente todos y cada uno de los instantes que la constituyen, sino que lo hacemos apoyándonos principalmente en 2 momentos representativos:

- El momento cumbre (peak) de ese episodio, el que produjo mayor felicidad.
- El final de la experiencia (end).

Un experimento de Kahneman consiste en escuchar 2 ruidos. El ruido A dura 8 segundos y el ruido B consiste en añadir al A 8 segundos de ruido menos desagradable que el primero. Los participantes eligen cuál de los dos ruidos preferirían volver a oír. Paradójicamente, la mayoría prefería volver a escuchar el ruido B, a pesar de que diríamos lógicamente que es peor (contiene 8 segundos más de ruido desagradable).

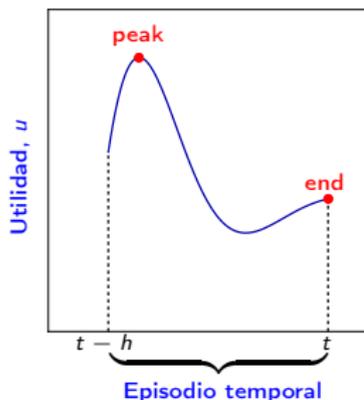
Midiendo la felicidad: la utilidad hedonista y el peak-and-end

Ecuaciones diferenciales con máximo

“La opinión de que los estados hedónicos no se pueden medir porque son eventos privados es generalizada, pero incorrecta. El principal argumento para considerar estas experiencias medibles es que las funciones que relacionan la intensidad subjetiva con las variables físicas son cualitativamente similares para diferentes personas.”

[Kahneman et al., 1997]

Felicidad en el instante $t =$ utilidad hedonista instantánea $:= u(t)$.



Así, usando la regla del “peak-and-end” para un episodio temporal de longitud h , podemos proponer un modelo para la evolución de la felicidad:

$$u'(t) = f(t, u(t), \max \{u(s) : s \in [t-h, t]\})$$



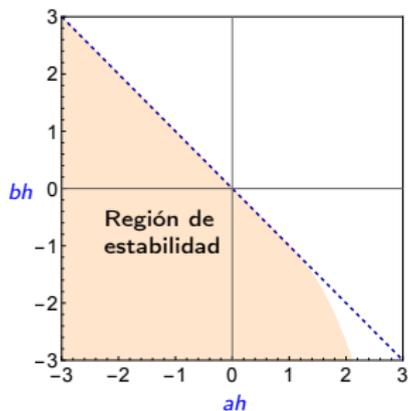
Llegamos a un tema del que hablé por primera vez en el [CEDYA de Gran Canaria \(1999\)](#), donde me acompañaban el organizador de la sesión y un miembro del Comité Científico...

ECUACIONES DIFERENCIALES CON MÁXIMO

El modelo peak-and-end más simple

Ecuaciones con máximo homogéneas “casi-lineales”

$$u'(t) = au(t) + b\tilde{u}(t), \quad \tilde{u}(t) = \max\{u(s) : s \in [t-h, t]\}$$



Si $a + b \neq 0$ todas las soluciones no nulas son **finalmente estrictamente monótonas**.

La solución trivial es **uniformemente asintóticamente estable** si y sólo si $a + b < 0$ y se cumple una de las siguientes condiciones:

- $ah \leq 1$;
- $ah \geq 1$ y $bh < -e^{ah-1}$.



H. Voulov, D. Bainov. On the asymptotic stability of differential equations with 'maxima'. *Rend. Circ. Mat. Palermo* 40 (1991), 385–420.



E. Liz and S. Trofimchuk. Análisis de estabilidad en ecuaciones diferenciales con máximo. *Actas del XVI CEDYA/VI CMA, Las Palmas de Gran Canaria, 1999*.



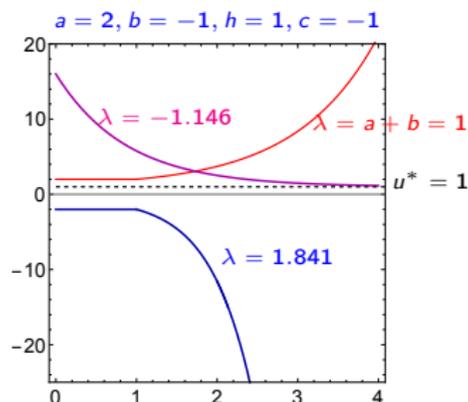
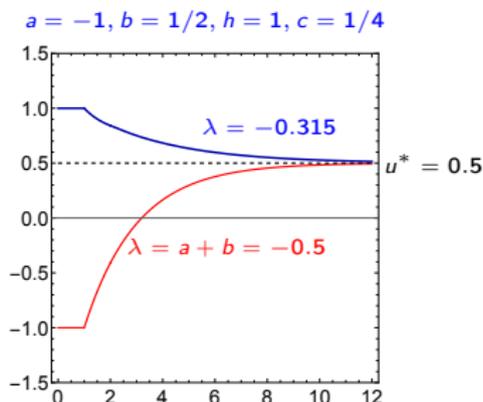
M. Pinto, S. Trofimchuk. Stability and existence of multiple periodic solutions for a quasilinear differential equation with maxima. *Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A* 130 (2000), 1103–1118.

Ecuaciones con máximo "casi-lineales"

$$u'(t) = au(t) + b\tilde{u}(t), \quad \tilde{u}(t) = \max\{u(s) : s \in [t-h, t]\} \quad (H)$$

Proposición (Liz & Trofimchuk, 1999; Pinto & Trofimchuk, 2000)

- La dinámica de (H) es a lo sumo *tridimensional*, en el sentido de que cualquier solución converge a $Ke^{\lambda t}$, donde K es una constante y $\lambda = a + b$ (soluciones crecientes) o, en el caso de soluciones decrecientes, λ es una raíz real (hay a lo sumo 2) de la ecuación característica $\lambda = a + be^{-\lambda h}$ asociada a $u'(t) = au(t) + bu(t-h)$.
- El resultado se aplica a la ecuación $u'(t) = au(t) + b\tilde{u}(t) + c$, donde c es un estímulo externo. El equilibrio es $u^* = -c/(a+b)$.



Sobre los estímulos externos

$$u'(t) = au(t) + b\tilde{u}(t) + c, \quad \tilde{u}(t) = \max\{u(s) : s \in [t-h, t]\} \quad (H_c)$$

Consideremos la ecuación con **estímulo externo constante** c :

$$u'(t) = au(t) + b\tilde{u}(t) + c,$$

El equilibrio es $u^* = -c/(a+b)$. Admitiendo que es lógico suponer que u^* es positivo si c lo es, el caso interesante es $a+b < 0$. Además, (H_c) tiene soluciones no acotadas si $a+b > 0$.

Un caso más general es considerar un **estímulo periódico**, es decir:

$$u'(t) = au(t) + b\tilde{u}(t) + f(t),$$

con f continua y T -periódica.

Es razonable asumir que la tasa de cambio de la utilidad (felicidad) tiene un **decaimiento instantáneo** y que es proporcional a la diferencia entre el valor actual y el pico en el intervalo previo. Así:

$$u'(t) = -\alpha u(t) + \beta(u(t) - \tilde{u}(t)) + f(t), \quad \alpha > 0, \beta > 0,$$

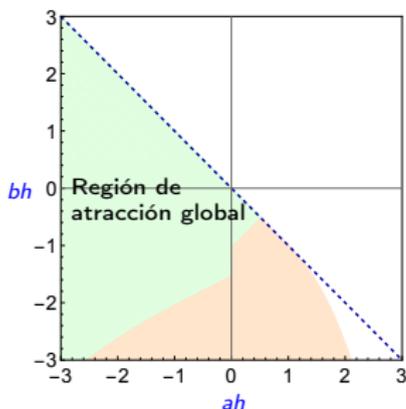
que es otra forma de llegar a la condición $a+b = -\alpha < 0$.

Existencia y atracción global de soluciones periódicas

$$u'(t) = au(t) + b\tilde{u}(t) + f(t), \quad \tilde{u}(t) = \max\{u(s) : s \in [t-h, t]\}, \quad f(t+T) = f(t) \quad (C)$$

Proposición (Bantsur & Trofimchuk, 1998)

Si $a + b \neq 0$ entonces (C) tiene al menos una solución T -periódica.



Proposición (Ivanov, Liz & Trofimchuk, 2002)

(C) tiene una *única solución periódica globalmente atractora* para cada f si $a + b < 0$ y se cumple una de las siguientes condiciones:

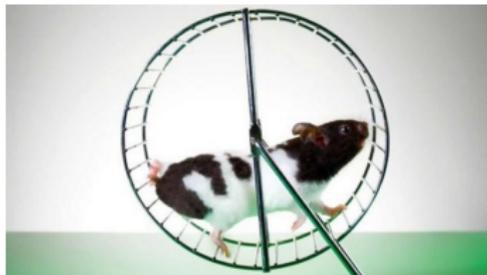
- $b \geq 0$;
- $b < 0, a > 0, (a - b)h < 1$.
- $b < 0, a = 0, -bh < 3/2$.
- $b < 0, a < 0, \frac{a}{b}e^{ah} > \ln\left(\frac{b^2 + ab}{b^2 + a^2}\right)$.



N. Bantsur, E. Trofimchuk. Existence and stability of the periodic and almost periodic solutions of quasilinear systems with maxima. *Ukrainian Math. J.* 50 (1998), 847–856.



A. Ivanov, E. Liz, S. Trofimchuk. Halanay inequality, Yorke 3/2 stability criterion, and differential equations with maxima. *Tohoku Math. J.* 54 (2002), 277–295.



La convergencia a un equilibrio o a una solución periódica de la felicidad podría ser realista para un individuo (posiblemente no humano) que lleve una existencia simple...

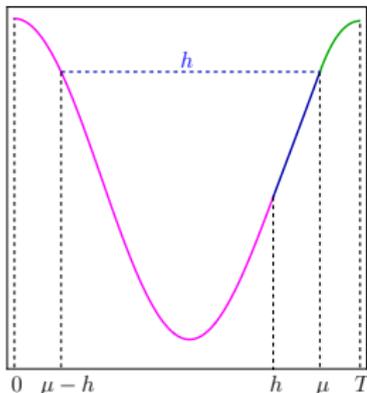
... pero en general se esperan comportamientos más complejos

Multiplicidad de soluciones periódicas

$$u'(t) = au(t) + b\tilde{u}(t) + f(t), \quad \tilde{u}(t) = \max\{u(s) : s \in [t-h, t]\}, \quad f(t+T) = f(t) \quad (C)$$

Teorema (Pinto & Trofimchuk, 2000)

La ecuación 2π -periódica $u'(t) = -\tilde{u}(t) + f(t)$, donde $h = 3\pi/2$ y $f(t) = -\text{sen}(t) + \max\{\cos(s) : s \in [t-h, t]\}$, tiene al menos una solución 2π -periódica ($u(t) = \cos(t)$) y otra 8π -periódica.



Teorema (Pinto & Trofimchuk, 2000)

Si p es una solución T -periódica de (C) se puede definir una *ecuación variacional* a lo largo de p :

$$v'(t) = \begin{cases} av(t) + bv(0), & 0 \leq t \leq h, \\ av(t) + bv(t-h), & h \leq t < \mu, \\ (a+b)v(t), & \mu \leq t < T. \end{cases}$$

Esto define un *multiplicador característico* $\chi(q)$. En el ejemplo $\chi(\cos(t)) \approx -1.91$ ($q(t) = \cos(t)$ es inestable porque $|\chi(q)| > 1$).



M. Pinto, S. Trofimchuk. Stability and existence of multiple periodic solutions for a quasilinear differential equation with maxima. Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A 130 (2000), 1103–1118.

Algunas propiedades generales

$$u'(t) = au(t) + b\tilde{u}(t) + f(t) \quad (C) \quad ; \quad u'(t) = au(t) + b\tilde{u}(t) \quad (H)$$

Definición

Diremos que una función continua y T -periódica $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es de tipo seno si existen τ_0, τ_1 tales que $0 < \tau_1 - \tau_0 < T$, f es estrictamente decreciente en $[\tau_0, \tau_1]$ y estrictamente creciente en $[\tau_1, \tau_0 + T]$.

Proposición (Trofimchuk, Liz & Trofimchuk, 2021)

Si f es de tipo seno y (H) es asintóticamente estable (en particular $a + b < 0$), entonces todas las soluciones de (C) son acotadas. Además, para cada solución $u : [q, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ de (C) existen $\nu > q + h$ y $\varepsilon > 0$ tales que $u(\nu) = \max \{u(s) : s \in [\nu - h, \nu + \varepsilon]\}$ ("máximo bueno").

Proposición (Trofimchuk, Liz & Trofimchuk, 2021)

Si $u(\nu)$ es un máximo bueno entonces $u(\nu) = \frac{-1}{a+b} f(\nu) := f^*(\nu)$.
Además, $\nu = \nu^*$ (mód T), con $\nu^* \in [\tau_0, \tau_1]$.



E. Trofimchuk, E. Liz & S. Trofimchuk. The peak-and-end rule and differential equations with maxima: a view on the unpredictability of happiness. Enviado (disponible en [arXiv.org](https://arxiv.org)).

Funciones de tipo seno

$$u'(t) = au(t) + b\tilde{u}(t) + f(t), \quad f(t+T) = f(t) \quad (C)$$

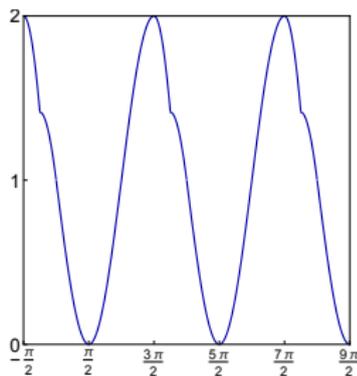
Vamos a trabajar con dos ejemplos:

$$(C1) \quad u'(t) = -\tilde{u}(t) - \text{sen}(t) + \max \{ \cos(s) : s \in [t - 3\pi/2, t] \}$$

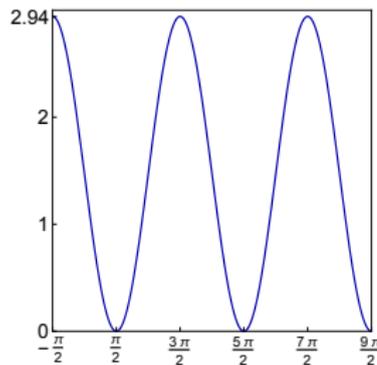
$$(a = 0, b = -1, h = 3\pi/2, T = 2\pi)$$

$$(C2) \quad u'(t) = 0.32u(t) - \tilde{u}(t) + 1 - \text{sen}(t)$$

$$(a = 0.32, b = -1, h = 3\pi/2, T = 2\pi)$$



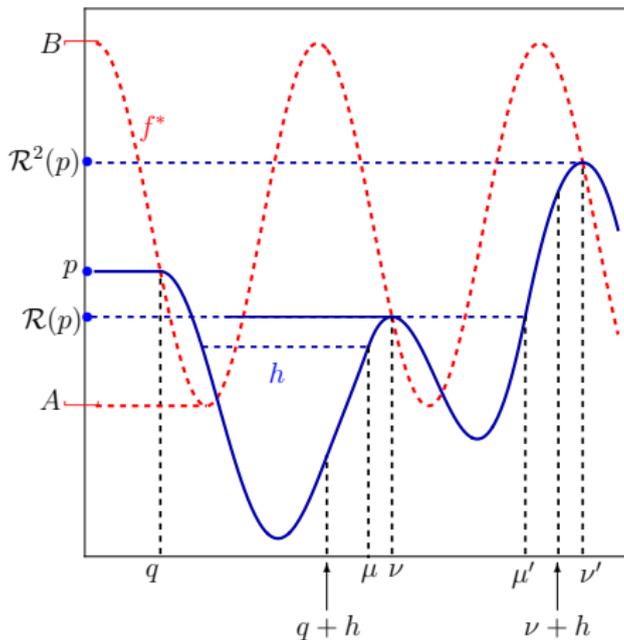
$$f^*(t) = -\text{sen}(t) + \max \{ \cos(s) : s \in [t - 3\pi/2, t] \}$$



$$f^*(t) = \frac{1}{0.68} (1 - \text{sen}(t))$$

La aplicación retorno

$$u'(t) = 0.32u(t) - \tilde{u}(t) + f(t), \quad f(t) = 1 - \text{sen}(t), \quad f^*(t) = -f(t)/(a+b) \quad (C2)$$



$$\mathcal{R} : [A, B] \rightarrow [A, B], \quad A = 0, B = \max\{f^*(t) : t \in [0, 2\pi]\} = \frac{-2}{a+b} \approx 2.94$$

La aplicación retorno $\mathcal{R} : [A, B] \rightarrow [A, B]$

$$u'(t) = 0.32u(t) - \tilde{u}(t) + f(t), \quad f(t) = 1 - \sin(t), \quad f^*(t) = -f(t)/(a+b) \quad (C2)$$

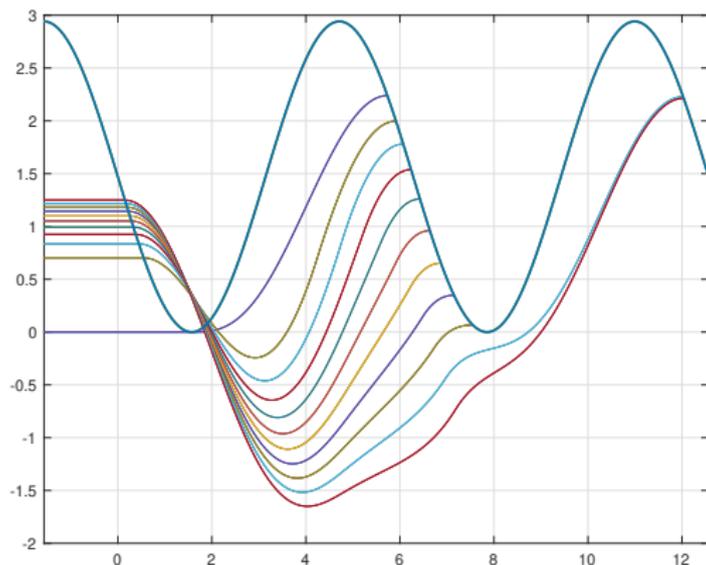


Ilustración de un **tramo decreciente** y un punto de **discontinuidad** de \mathcal{R}
En ese tramo hay una **solución 2π -periódica** de (C2) ($p \approx 1.037$)

La aplicación retorno $\mathcal{R} : [A, B] \rightarrow [A, B]$

$$u'(t) = 0.32u(t) - \tilde{u}(t) + f(t), \quad f(t) = 1 - \sin(t), \quad f^*(t) = -f(t)/(a+b) \quad (C2)$$

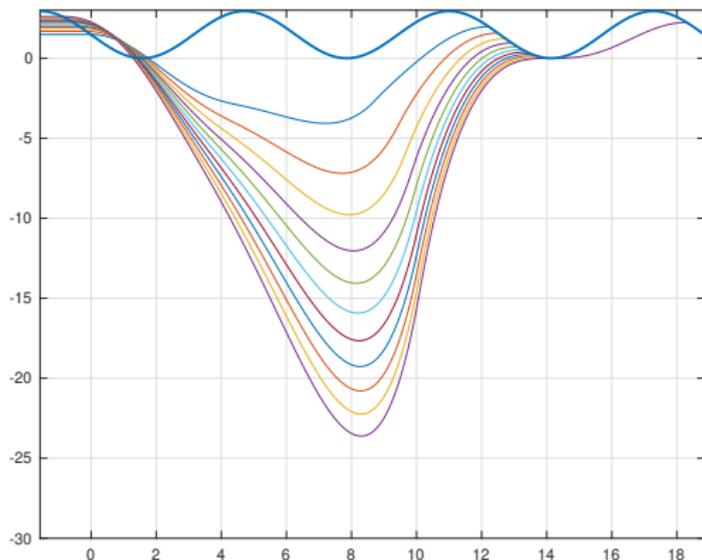
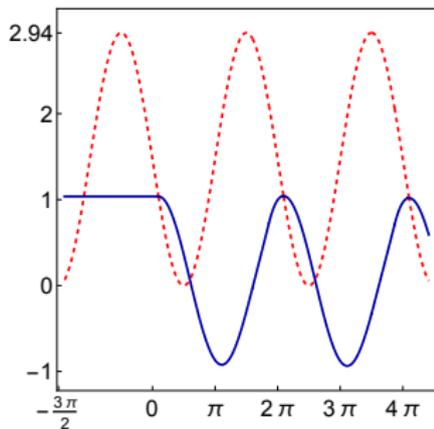


Ilustración de otro **tramo decreciente** y otro punto de **discontinuidad** de \mathcal{R}
En ese tramo hay una **solución 4π -periódica** de (C2) ($p \approx 1.65$)

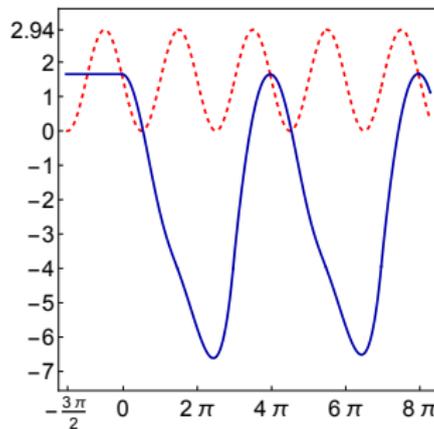
La aplicación retorno $\mathcal{R} : [A, B] \rightarrow [A, B]$

$$u'(t) = 0.32u(t) - \tilde{u}(t) + f(t), \quad f(t) = 1 - \text{sen}(t), \quad f^*(t) = -f(t)/(a+b) \quad (C2)$$

Puntos fijos de \mathcal{R}



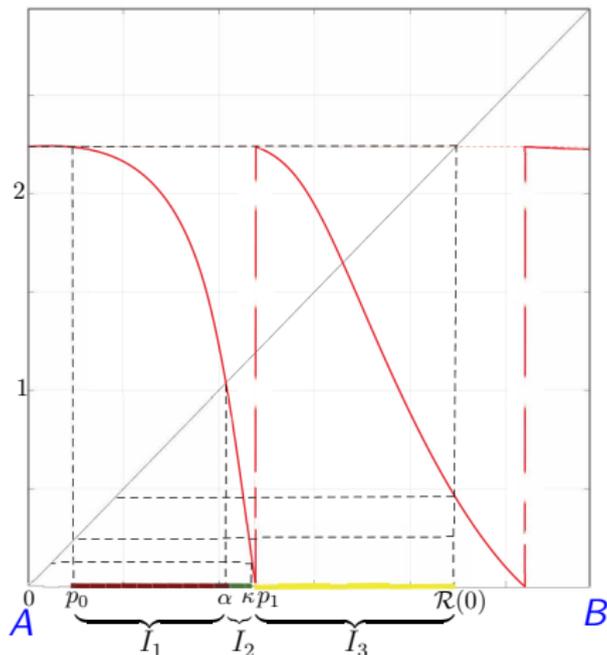
Solución 2π -periódica para $\rho \approx 1.037$



Solución 4π -periódica para $\rho \approx 1.65$

La aplicación retorno $\mathcal{R} : [A, B] \rightarrow [A, B]$

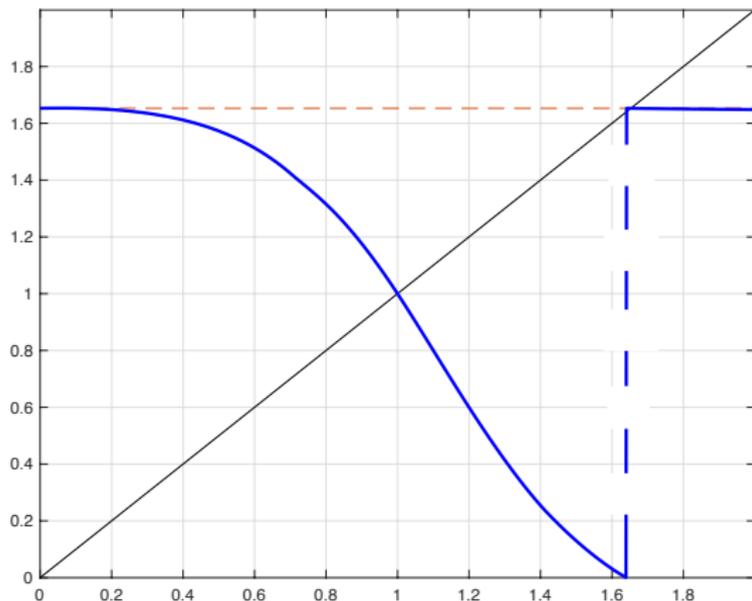
$$u'(t) = 0.32u(t) - \tilde{u}(t) + f(t), \quad f(t) = 1 - \text{sen}(t), \quad f^*(t) = -f(t)/(a+b) \quad (C2)$$



Representación de la **aplicación retorno** \mathcal{R} (calculada numéricamente)
Tenemos resultados analíticos para \mathcal{R} de continuidad, derivabilidad,
crecimiento, decrecimiento, ... ¡y CAOS!

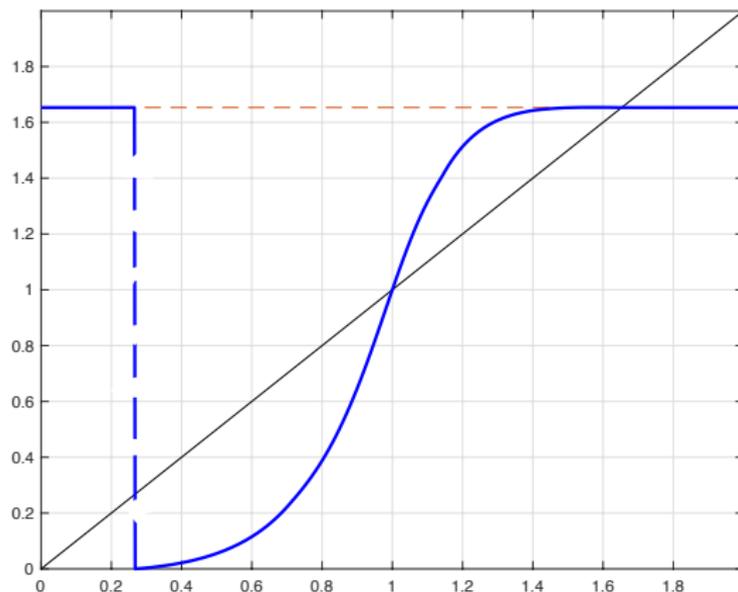
Un breve inciso en el ejemplo (C1)

La aplicación retorno $\mathcal{R} : [A, B] \rightarrow [A, B]$
 $u'(t) = -\tilde{u}(t) + f(t)$, $f(t) = -\text{sen}(t) + \max\{\cos(s) : s \in [t - 3\pi/2, t]\}$ (C1)



Representación de la **aplicación retorno \mathcal{R}** (calculada numéricamente)
(C1) tiene una solución 2π -periódica y otra 4π -periódica.

La aplicación retorno $\mathcal{R} : [A, B] \rightarrow [A, B]$
 $u'(t) = -\tilde{u}(t) + f(t)$, $f(t) = -\text{sen}(t) + \max\{\cos(s) : s \in [t - 3\pi/2, t]\}$ (C1)



Representación de la **segunda iteración \mathcal{R}^2** (calculada numéricamente)
(C1) sólo tiene dos soluciones periódicas y la 4π -periódica es atractora.

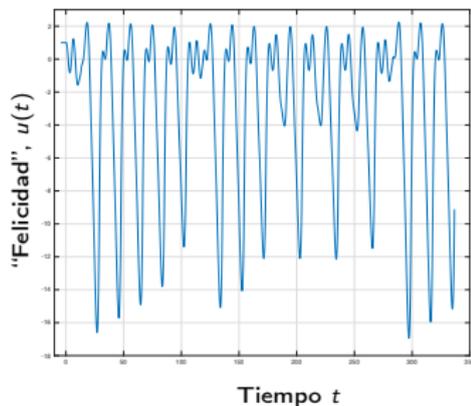
Volvemos al ejemplo (C2)

Sobre la impredecibilidad de la felicidad

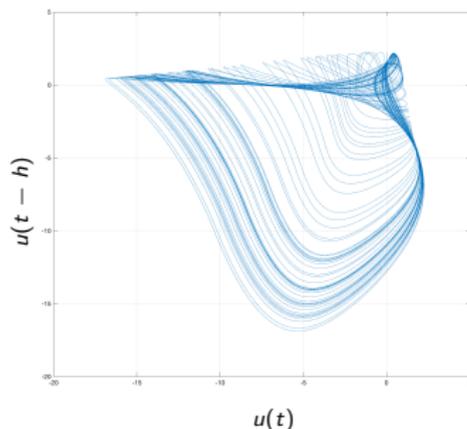
La aplicación retorno $\mathcal{R} : [A, B] \rightarrow [A, B]$

$$u'(t) = 0.32u(t) - \tilde{u}(t) + f(t), \quad f(t) = 1 - \text{sen}(t), \quad f^*(t) = -f(t)/(a+b) \quad (C2)$$

Soluciones de (C2)



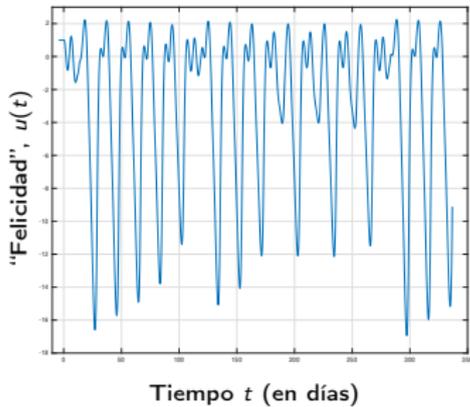
Solución de (C2) para $p = 1$ y $t \in [0, 350]$



Proyección de la trayectoria de (C2) para $p = 0$

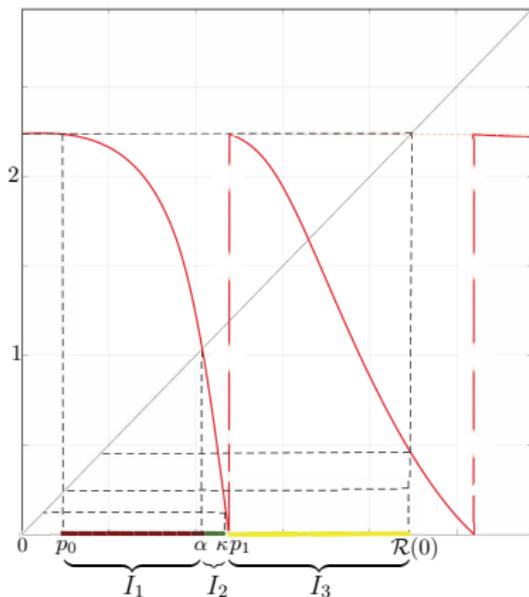
Comportamiento errático de la felicidad

Volviendo al "Happiness review 2020"



Sobre la prueba de caos

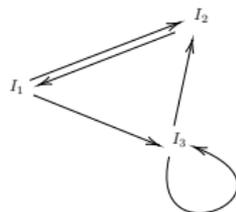
$$u'(t) = 0.32u(t) - \tilde{u}(t) + f(t), \quad f(t) = 1 - \text{sen}(t) \quad (C2)$$



Proposición (Recubrimientos)

Podemos definir 3 intervalos I_1, I_2, I_3 en $[A, B] = [0, 2.94]$ tales que \mathcal{R} es *continua* en I_1, I_2 e I_3 y se cumple:

- $I_2 \rightarrow I_1$ ($I_1 \subset \mathcal{R}(I_2)$)
- $I_1 \rightarrow I_2 \cup I_3$ ($I_2 \cup I_3 \subset \mathcal{R}(I_1)$)
- $I_3 \rightarrow I_2 \cup I_3$ ($I_2 \cup I_3 \subset \mathcal{R}(I_3)$)



Grafo de Markov

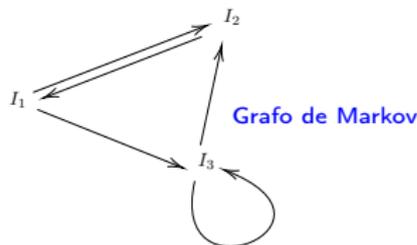


A. Katok, B. Hasselblatt. Introduction to the Modern Theory of Dynamical Systems, Encyclopedia of Mathematics and its Applications, vol. 54. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1995.

Sobre la prueba de caos

$$u'(t) = 0.32u(t) - \tilde{u}(t) + f(t), \quad f(t) = 1 - \text{sen}(t) \quad (C2)$$

Se define la **matriz de Markov** \mathcal{A} asociada al grafo:



$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

($a_{ij} = 1$ si hay una flecha con origen en I_i y final en I_j y $a_{ij} = 0$ en otro caso)

Proposición

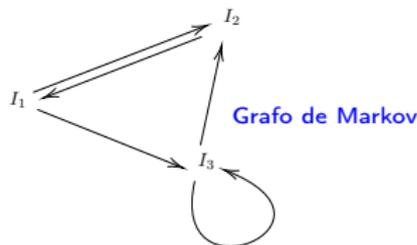
La matriz \mathcal{A} es *transitiva* (de hecho, $\mathcal{A}^3 > 0$) y sus autovalores son

$$\lambda_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \quad \lambda_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \quad \lambda_3 = 0.$$

Sobre la prueba de caos

$$u'(t) = 0.32u(t) - \tilde{u}(t) + f(t), \quad f(t) = 1 - \text{sen}(t) \quad (C2)$$

Se define la **matriz de Markov** \mathcal{A} asociada al grafo:



$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

($a_{ij} = 1$ si hay una flecha con origen en I_i y final en I_j y $a_{ij} = 0$ en otro caso)

Proposición

La matriz \mathcal{A} es *transitiva* (de hecho, $\mathcal{A}^3 > 0$) y sus autovalores son

$$\lambda_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \quad \lambda_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \quad \lambda_3 = 0.$$

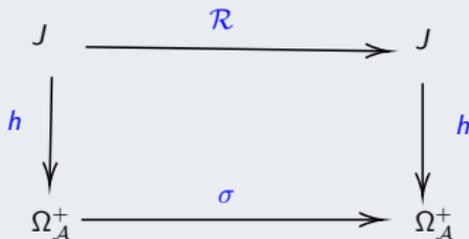
Es poético que aparezca la razón áurea por aquí...

Sobre la prueba de caos

$$u'(t) = 0.32u(t) - \tilde{u}(t) + f(t), \quad f(t) = 1 - \text{sen}(t) \quad (C2)$$

Teorema

Sea $\Omega_{\mathcal{A}}^+$ el conjunto de sucesiones $(\omega_n)_{n \in \mathbb{Z}_+}$ de 3 símbolos 1, 2, 3 tales que $a_{\omega_n \omega_{n+1}} = 1$ para todo $n \in \mathbb{Z}_+$ y σ la restricción del shift a $\Omega_{\mathcal{A}}^+$. Existe un subconjunto cerrado $J \subset I_1 \cup I_2 \cup I_3$ y una función continua y sobreyectiva $h : J \rightarrow \Omega_{\mathcal{A}}^+$ tales que $\mathcal{R}(J) \subset J$ y el siguiente diagrama es conmutativo:



Además, a cada órbita periódica $\omega \in \Omega_{\mathcal{A}}^+$ le corresponde al menos un punto periódico de \mathcal{R} del mismo período en J . En particular, \mathcal{R} tiene infinitas soluciones periódicas. De hecho, el número de órbitas p -periódicas de \mathcal{R} diferentes es mayor o igual que la traza de \mathcal{A}^p y la entropía topológica de \mathcal{R} es al menos $\ln(\lambda_1) \approx 0.48 > 0$.

Ejemplos: $\text{traza}(\mathcal{A}^5) = 11$, $\text{traza}(\mathcal{A}^{10}) = 123$, $\text{traza}(\mathcal{A}^{20}) = 15.127$.

Volvemos al final con el padre del hedonímetro

F. Y. Edgeworth (1881)



Francis Ysidro Edgeworth (1845–1926)

“Los átomos de placer no son fáciles de distinguir y discernir: más continuo que la arena, más discreto que el líquido, como si fueran núcleos de lo apenas perceptible, incrustados en la semiconsciencia circundante. No podemos contar las arenas doradas de la vida, no podemos enumerar la innumerable sonrisa de los mares del amor, pero parecemos ser capaces de observar que hay multitud de unidades de placer, masa de felicidad. Y eso es suficiente.”



F. Y. Edgeworth. *Mathematical Psychics: An Essay on the Application of Mathematics to the Moral Sciences* (1881).

Buscando la fórmula de la felicidad

Eduardo Liz Marzán
Departamento de Matemática Aplicada II
Universidade de Vigo

