

---

DDAYS 2021  
LLEIDA, DÍAS 8, 9 Y 10 DE SEPTIEMBRE DE 2021

---

# Índice

<b>1. Información general</b>	<b>2</b>
<b>2. Programa</b>	<b>3</b>
<b>3. Títulos y resúmenes de cada sesión</b>	<b>3</b>
3.1. Sesión 1: Ecología teórica y sistemas dinámicos . . . . .	3
3.2. Sesión 2: Dinámica de gérmenes de difeomorfismos . . . . .	7
3.3. Sesión 3: Sistemas Dinámicos en Neurociencia . . . . .	11
3.4. Sesión 4: Bifurcaciones, rbitas periódicas e integrabilidad de campos vectoriales . . . . .	15
3.5. Asamblea . . . . .	19
3.6. Sesión de tesis . . . . .	19
3.7. Sesión de pósters . . . . .	26
<b>4. Lista de participantes</b>	<b>38</b>
<b>5. Comités</b>	<b>43</b>
<b>6. Menús</b>	<b>44</b>
<b>7. Patrocinadores</b>	<b>45</b>

## 1. Información general

Décima reunión de la red temática DANCE: Dinámica, Atractores y No linealidad. Caos y Estabilidad (<http://www.dance-net.org/>).

Las sesiones se realizan en el aula 0.01 en la planta baja de la Escuela Politécnica Superior de la Universitat de Lleida. El aula contigua, la 0.02, también está reservada para los participantes de este encuentro con el fin de tener un espacio para reunirse en pequeños grupos o trabajar de forma individual.

Dirección: C. Jaume II, 69. 25001 Lleida

Geo: N 41 36' 29.58, E 0 37' 23.1

Ver: <http://www.eps.udl.cat/ca/localitzacio/>

Los cafés y los almuerzos se realizan en el Bar Campus Unplug (C. Jaume II, 75. 25001 Lleida).

Para los usuarios de eduroam, la conexión a internet mediante wifi se puede realizar mediante las credenciales de su universidad. Para acceder a la red de wifi CONGRES, las credenciales son las siguientes:

Usuario: cwcappont6

Contrasenya: 10DDays2020

La dirección de correo electrónico de contacto es: [ddays2021@dance-net.org](mailto:ddays2021@dance-net.org) y la página web con toda la información se encuentra en:

<http://www.dance-net.org/ddays2021/>

Taxis en Lleida

<http://www.loteutaxi.com/> (34) 973 22 3300

<http://taxilleida.com/> (34) 973 20 3050 o (34) 680 20 3050

## 2. Programa

	<b>Miércoles 8</b>	<b>Jueves 9</b>	<b>Viernes 10</b>
9:20-9:30	Apertura		
9:30-10:20	Sesion 1 – Segura	Sesion 3 – Vich	Sesion 4 – Gasull
10:20-11:10	Sesion 1 – Sardanyés	Sesion 3 – Huguet	Sesion 4 – Drubi
11:10-12:10	Pausa Café	Pausa Café	Pausa Café
12:10-13:00	Sesion 1 – Liz	Sesion 3 – Guillamon	Sesion 4 – Bravo
13:00-15:30	Almuerzo	Almuerzo	Almuerzo
15:30-16:20	Sesion 2 – Ribón	Asamblea	
16:20-16:30	Pausa	Pausa	
16:30-17:20	Sesion 2 – López	Tesis	
17:20-18:10	Sesion 2 – Cufí		
18:10-19:00		Pósters	

Sesión 1: Ecología teórica y sistemas dinámicos

Sesión 2: Dinámica de gérmenes de difeomorfismos

Sesión 3: Sistemas Dinámicos en Neurociencia

Sesión 4: Bifurcaciones, órbitas periódicas e integrabilidad de campos vectoriales

## 3. Títulos y resúmenes de cada sesión

### 3.1. Sesión 1: Ecología teórica y sistemas dinámicos

Responsable: Daniel Franco (UNED)

Ponentes: Eduardo Liz, Juan Segura y Josep Sardanyés.

**Juan Segura** Universitat Pompeu Fabra

ESTABILIDAD GLOBAL DE SISTEMAS DINÁMICOS DISCRETOS UNIDIMENSIONALES Y ESTRUCTURA DE BIFURCACIÓN DEGENERADA PARA SISTEMAS BIMODALES LINEALES A TROZOS

En primer lugar, presentaremos una nueva estrategia para estudiar la estabilidad de sistemas dinámicos discretos unidimensionales que complementa y extiende condiciones existentes para la estabilidad global. En particular, la técnica permite mejorar la condición de derivada schwarziana negativa de la función de producción per cápita. Ilustraremos el potencial de este método demostrando para una amplia familia de modelos una conjetura establecida previamente en el contexto de un problema en ecología, según la cual la estabilidad global de las poblaciones cosechadas es independiente del momento de cosecha.

En segundo lugar, presentaremos una estructura de bifurcación para una familia unidimensional de funciones bimodales lineales a trozos. Esta estructura se corresponde con bifurcaciones de colisión en la frontera que afectan a las dos componentes más externas del espacio de estados, siendo un caso degenerado respecto al caso habitualmente considerado en la literatura. Presentaremos resultados teóricos que describen completamente tanto las bifurcaciones consideradas como la estructura de bifurcación. Mostraremos asimismo cómo estos resultados permiten completar resultados parciales reportados previamente sobre un problema en el ámbito de la economía.

**Josep Sardanyés** Centre de Recerca Matemàtica

TRANSIENTS IN ECOLOGY

In this talk we will discuss transient phenomena in different ecological models gathering fundamental ecological interactions such as e.g., competition, cooperation and/or parasitism. We will discuss some transient-generator mechanisms involving extremely long times towards stable equilibria such as extinction, co-extinction or persistence states tied to both local and global bifurcations. Scaling phenomena and universality properties will be discussed for such models. Both deterministic and stochastic approaches to transients will be addressed by means of dynamical systems theory, including differential equations and stochastic simulations. Several aspects such as the role of habitat destruction, facilitation, and ecosystem's complexity in transient dynamics will be discussed.

**Eduardo Liz Marzán** Universidad de Vigo

BUSCANDO LA FÓRMULA DE LA FELICIDAD

Admitamos por un momento que se puede medir la felicidad de un individuo en cada instante (se aportarán referencias que defienden esta tesis). En ese caso, sería deseable disponer de un modelo dinámico que permitiese predecir la evolución de la felicidad con el tiempo. Tomando como referencia una teoría de psicología, proponemos una ecuación diferencial funcional en la que se incluye un estímulo externo periódico. Dependiendo de los valores de los parámetros del modelo, se observan dinámicas de las soluciones que van desde la estabilidad global de una solución periódica al comportamiento caótico.

### **3.2. Sesión 2: Dinámica de gérmenes de difeomorfismos**

Responsable: Fernando Sanz (Universidad de Valladolid)

Ponentes: Javier Ribón, Lorena López y Clara Cufí.



**Javier Ribón** Universidade Federal Fluminense - Brasil

TÍTULO: ACTIONS OF GROUPS OF LOCAL BIHOLOMORPHISMS ON THE SPACE OF CURVES

Resumen:

In order to understand the properties of the groups of local biholomorphisms, it is interesting to study their actions on the space of germs of analytic curves since such a space is essentially a tree. The topology in the space of curves is the natural one, for instance in the space of smooth curves it is induced by the metric  $d(\gamma, \gamma') = (\gamma, \gamma')^{-1}$  where  $(\gamma, \gamma')$  is the intersection multiplicity of the curves  $\gamma$  and  $\gamma'$ .

We have a characterization in dimension 2 of the groups of local biholomorphisms that act on the space of curves with discrete orbits (doi: 10.1017/S1474748020000717). They are the finitely determined groups. We focus in such groups in dimension higher or equal than 3 where they do not necessarily act on the space of curves with discrete orbits. However, we characterize the obstructions for the orbit of a curve to be discrete.

**Lorena López Hernanz** Universidad de Alcalá

VARIEDADES ESTABLES DE BIHOLOMORFISMOS EN  $\mathbb{C}^n$  ASINTÓTICAS A CURVAS FORMALES

Estudiamos la existencia de variedades estables para gérmenes de biholomorfismos en  $\mathbb{C}^n$ ,  $n > 1$ . Veremos que en el caso en que existe una curva formal invariante para el biholomorfismo y la restricción a esa curva formal tiene un comportamiento de atracción (es decir, el autovalor de la restricción tiene módulo menor que 1 o es raíz de la unidad) se puede garantizar la existencia de variedades estables en las que las órbitas son asintóticas a la curva formal.

Trabajo en colaboración con Javier Ribón, Fernando Sanz y Liz Vivas.

**Clara Cufí** Universitat Autònoma de Barcelona

VARIEDADES INVARIANTES DE PUNTOS Y TOROS PARABÓLICOS CON PARTE NILPOTENTE

En esta charla trataremos las variedades invariantes asociadas a conjuntos parabólicos, sus características intrínsecas, y algunas aplicaciones de su estudio.

En concreto, consideramos sistemas dinámicos dados por un difeomorfismo  $F$  que posee un punto fijo o un toro invariante y tales que la dinámica de  $F$  a su alrededor es parabólica, y tomamos el caso genérico en el que la diferencial  $DF$  sobre estos conjuntos invariantes es una matriz no diagonalizable. En este contexto estudiamos la existencia y la regularidad de variedades invariantes locales, tanto estables como inestables, asintóticas a dichos conjuntos.

El estudio se hace mediante el método de la parametrización, que introduciremos en la charla, y el cual permite dar resultados óptimos de regularidad de variedades invariantes y métodos efectivos para su cálculo numérico.

Trabajo en colaboración con Ernest Fontich (UB).

### **3.3. Sesión 3: Sistemas Dinámicos en Neurociencia**

Responsables: Antonio E. Teruel (Universitat de les Illes Balears) y Soledad Fernández (Universidad de Sevilla)

Ponentes: Catalina Vich, Antoni Guillamon y Gemma Huguet.

**Catalina Vich** Universitat de les Illes Balears

### BLANCO O NEGRO? CÓMO ELEGIMOS

Uno de los problemas más relevantes en la neurociencia es entender cómo interaccionan las diferentes regiones cerebrales y qué cambios sufren las diferentes conexiones neuronales (plasticidad) a causa de enfermedades degenerativas o en situaciones de aprendizaje.

Cuando se le presentan diferentes opciones a un mamífero, este exhibe un alto nivel de flexibilidad al seleccionar una acción. Este proceso de decisión se adapta según situaciones en las que se produce un resultado deseable (explotación) y situaciones de riesgo, que son menos seguras pero que pueden producir un mejor resultado (exploración). Los cambios en el comportamiento del mamífero, ocasionados por el aprendizaje reforzado, se basan en la plasticidad a largo plazo dentro de las redes cortico-basales-ganglia-talámica (CBGT), impulsadas por la modulación dopaminérgica de la corriente entre el cortex cerebral y las vías directa e indirecta del núcleo estriado.

En este trabajo presentaremos, en primer lugar, una regla de aprendizaje para simular el desempeño que tienen los mamíferos al realizar una tarea de elección forzada entre dos alternativas diferentes. Por otro lado, la salida de la red CBGT se puede modelar mediante un modelo de difusión de deriva (DDM). En la segunda parte de este trabajo presentaremos dicho modelo y analizaremos cómo diferentes pesos en las conexiones neuronales de la red CBGT afectan la dinámica de dicha red y el mapeo correspondiente al DDM.

**Toni Guillamon** Universitat Politècnica de Catalunya

MODELOS EN NEUROCIENCIA: SISTEMAS DINÁMICOS Y MÁS ALLÁ

En esta charla, nos proponemos reflexionar sobre el papel de los sistemas dinámicos en neurociencia, centrándonos en el grado de conocimiento de los modelos, que habitualmente se basan en conceptos biofísicos. Por el camino, iremos usando resultados recientes con diversos colaboradores a modo de ejemplo. Por un lado, presentaremos problemas en los que un conocimiento completo del modelo nos permite explicar mecanismos, predecir comportamientos y ejercer control sobre el sistema; es en este terreno que los sistemas dinámicos nos son de mayor utilidad. Veremos también cómo, en problemas en los que el conocimiento del modelo es parcial, las herramientas de sistemas dinámicos continúan proporcionando estrategias viables de estimación. Finalmente, nos adentraremos en nuevas alternativas de modelización, sus pros y sus contras. Más concretamente, nos preocuparemos de cómo acercar la inteligencia artificial a los modelos biofísicos, dos enfoques en principio antagónicos.

**Gemma Huguet Casades** Universitat Politècnica de Catalunya -  
IMTech - CRM

OSCILLATORY DYNAMICS AND NEURONAL COMMUNICATION

Oscillations are ubiquitous in the brain, but their role is not completely understood. The Communication Through Coherence (CTC) theory (Fries, 2005, 2015) proposes that oscillations regulate the information flow. Thus, neural communication is established if the underlying oscillatory activity of the emitting and receiving populations is properly phase locked, so that inputs arrive at the peaks of excitability of the receiving population. The oscillators must be therefore phase-locked to accomplish strong communication.

In this talk, we study the emerging phase-locking patterns of a neuronal Excitatory - Inhibitory (E-I) network under external periodic forcing, simulating the input from other oscillating neural groups. We use mean-field models, which provide an exact description of the macroscopic activity of a network and are amenable for mathematical analysis. We locate numerically the phase-locked states, arising from a study of the stroboscopic map. Finally, we discuss the implications of the computed phase-locked states on neuronal communication.

This is joint work with Alberto Pérez-Cervera, David Reyner-Parra and Tere M. Seara.

### **3.4. Sesión 4: Bifurcaciones, órbitas periódicas e integrabilidad de campos vectoriales**

Responsables: Isaac A. García (Universitat de Lleida) y Susanna Maza (Universitat de Lleida)

Ponentes: Armengol Gasull, Fátima Drubi y José Luis Bravo.



**Armengol Gasull** Universitat Autònoma de Barcelona

SOBRE LA PROBABILIDAD DE TENER UN CICLO LÍMITE

Recientemente, en los trabajos [1,2], para ciertas familias de ecuaciones diferenciales, hemos abordado el cálculo de la probabilidad de cada uno de los retratos de fase estructuralmente estables. Los casos considerados han sido ecuaciones diferenciales homogéneas de orden  $n$  y sistemas homogéneos en el plano, respectivamente. Claramente, ninguno de los dos casos presenta ciclos límite. En esta charla abordaremos un problema similar, pero para una familia 4-paramétrica de ecuaciones diferenciales en el plano que también depende de dos funciones arbitrarias de una variable,  $f$  y  $g$ . Demostraremos que en esta familia, y para muchas  $f$  y  $g$ , la probabilidad de existencia de ciclo límite es positiva. Usando el Teorema de Bendixson-Dulac daremos condiciones sobre  $f$  y  $g$  para que su número máximo de ciclos límite sea uno, y en este subcaso, una vez fijadas las funciones, calcularemos la probabilidad de que éste exista. Los resultados que se presentaran forman parte de un trabajo en curso, en colaboración con Tomeu Coll y Rafel Prohens.

[1] A. Cima, A. Gasull, V. Mañosa. Stability index of linear random dynamical systems. *Electron. J. Qual. Theo.*, 2021(15), 1-27, 2021.

[2] A. Cima, A. Gasull, V. Mañosa. Phase portraits of random planar homogeneous vector fields. *Qual. Theory Dyn. Syst.*, 20(3), 2021.

**Fátima Drubi** University of Oviedo

CHAOS IN THE UNFOLDING OF HOPF-BOGDANOV-TAKENS SINGULARITIES

Singularities of 4-dimensional vector fields whose 1-jet is linearly conjugated to

$$y \frac{\partial}{\partial x} - v \frac{\partial}{\partial u} + u \frac{\partial}{\partial v}$$

are called Hopf-Bogdanov-Takens (HBT) singularities. Both Hopf and Bogdanov-Takens singularities are well known, as well as their unfoldings, but little is known about interactions of these singularities in a 4-dimensional phase-space, or the dynamics arising in their unfoldings or its topological classification.

Some motivations to study these singularities are that they appear naturally in the context of coupled oscillators and they are also essential to understand the unfolding of the 4-dimensional nilpotent singularity of codimension four. In addition, numerical simulations show that unfoldings of HBT singularities exhibit an extraordinary richness.

We present a formal topological classification of HBT singularities of codimension 3 and obtain the whole catalogue of local bifurcations which are exhibited by the family near the HBT singularity. In particular, we focus on discussing how some local bifurcations of codimension two, that arise in the generic unfoldings of these singularities, can explain chaotic dynamics.

This is a work in collaboration with Santiago Ibáñez.

**José Luis Bravo Trinidad** Universidad de Extremadura

PROBLEMA DEL CENTRO INFINITESIMAL EN 0-CICLOS

Resumen

Estudiamos un problema análogo al problema clásico del centro-foco infinitesimal en el plano, pero en 0-ciclos, es decir, en una dimensión.

En este contexto, definiremos la función desplazamiento de una perturbación y demostraremos que es idénticamente nula si y sólo si la perturbación verifica una condición análoga a la condición de composición. Es decir, demostraremos que en este contexto la conjetura de composición se verifica, en contraste con lo que sucede en el problema de centro-foco tangencial en 0-ciclos.

Por último, mostraremos algunas aplicaciones de los resultados obtenidos.

### 3.5. Asamblea

Representantes del nodo UAB: Joan Torregrosa, Armengol Gasull  
Representantes del nodo UAM: Florentino Borondo, Juan Carlos Losada  
Representante del nodo UB: Ángel Jorba  
Representantes del nodo UdL: Jaume Giné, Maite Grau  
Representantes del nodo UEX: José Luis Bravo, Luis Ángel Calderón  
Representante del nodo UIB: Antonio E. Teruel  
Representante del nodo UM: José Salvador Cánovas  
Representantes del nodo UOV: Santiago Ibañez, Fátima Drubi  
Representantes del nodo UPC SD: Antoni Guillamon  
Representante del nodo UPM SC: Fabio Revuelta  
Representantes del nodo UPV: Alfred Peris, Francisco Ródenas  
Representantes del nodo US: Enrique Ponce, Marina Esteban  
Representantes del nodo USC: Rodrigo López, Daniel Cao  
Representantes del nodo UVA DM: Rafael Obaya, Jesús Dueñas  
Representantes del nodo UVA ES: Fernando Sanz, Jorge Mozo  
Representantes del nodo UVI: Eduardo Liz, Daniel Franco

### 3.6. Sesión de tesis

Responsable: Maite Grau (Universitat de Lleida)  
Ponentes:

Sebastián Buedo Fernández  
Universidade de Santiago de Compostela  
Análisis cualitativo de algunos modelos de ecuaciones diferenciales con retardo  
bajo la supervisión de Eduardo Liz (Universidade de Vigo) y Rosana Rodríguez  
(Universidade de Santiago de Compostela).

Érika Diz Pita  
Universidade de Santiago de Compostela  
Algunos aspectos sobre la dinámica de ciertas familias de sistemas Kolmogorov  
bajo la supervisión de Jaume Llibre (Universitat Autònoma de Barcelona) y  
M. Victoria Otero (Universidade de Santiago de Compostela).

Cristina Lois Prados  
Universidade de Santiago de Compostela

Contribuciones al análisis matemático de modelos no lineales con aplicaciones en dinámica de poblaciones  
bajo la supervisión de Eduardo Liz (Universidade de Vigo) y Rosana Rodríguez (Universidade de Santiago de Compostela).

Begoña Nicolás  
Universitat de Barcelona  
Variedades invariantes y transporte en un sistema Tierra-Luna perturbado por el Sol  
bajo la supervisión de Ángel Jorba (Universitat de Barcelona).

Javier Montes Maldonado  
Universidad Autónoma de Madrid  
Algunos aspectos del caos en sistemas dinámicos con más de 2 grados de libertad  
bajo la supervisión de Florentino Borondo (Universidad Autónoma de Madrid) y Fabio Revuelta (Universidad Autónoma de Madrid).

**Cristina Lois Prados** Universidad de Santiago de Compostela

CONTRIBUCIONES AL ANÁLISIS MATEMÁTICO DE MODELOS NO LINEALES CON APLICACIONES EN DINÁMICA DE POBLACIONES

Esta charla versará sobre los objetivos y contenidos principales que aparecen en la tesis doctoral de Cristina Lois Prados, dirigida por Eduardo Liz Marzán y Rosana Rodríguez López. En esta tesis se trabajó en dos líneas de investigación, ambas relacionadas con el análisis matemático de modelos no lineales.

Por una parte, se obtuvieron generalizaciones del Teorema de punto fijo de Krasnosel'skii que mejoran la localización de soluciones para problemas de frontera o de valor inicial. Además, también se contribuyó a la aplicación de resultados de punto fijo en modelos de tipo depredador-presa.

Por otra parte, se estudió la dinámica asintótica y las bifurcaciones de algunos sistemas dinámicos discretos unidimensionales. En este caso, se trabajó con modelos de población que surgen en el modelado de la producción de glóbulos rojos o en la gestión de pesquerías, por ello podemos decir que esta línea está más orientada hacia las aplicaciones.

En la charla se tratará de dar una visión global de los contenidos de la tesis, pero se darán más detalles sobre aquellos que tienen mayor relación con el estudio cualitativo.

**Sebastián Buedo Fernández** Universidad de Santiago de Compostela

ANÁLISIS CUALITATIVO DE ALGUNOS MODELOS DE ECUACIONES DIFERENCIALES CON RETARDO

Esta tesis doctoral se enmarca dentro del estudio de las ecuaciones diferenciales con retardo que tienen aplicaciones en la modelización de fenómenos cuya dinámica es del tipo de producción y destrucción, como puede ser el crecimiento económico o de una población. De hecho, nos centramos en el comportamiento cualitativo de las soluciones de las ecuaciones que tienen la forma

$$x'(t) = -a(t)x(t) + f(t, x_t),$$

donde  $x_t$  es una notación estándar para la historia de una función y el par de términos del miembro derecho de la anterior expresión representan, respectivamente, el término lineal de destrucción instantánea y el término de producción retardada. En particular, a partir de técnicas de ecuaciones en diferencias, mostramos la existencia de equilibrios globalmente atractores para ciertas ecuaciones autónomas, escalares o multidimensionales, de la forma anteriormente mencionada. Además, trabajamos con desigualdades integrales lineales de tipo Gronwall-Bellman para obtener condiciones de atracción global en ciertos casos escalares no autónomos. Finalmente, proporcionamos varios resultados que aseguran la existencia de soluciones periódicas positivas en modelos escalares impulsivos con coeficientes periódicos, para los que también se admite la introducción de retardo infinito.

**Érika Diz Pita** Universidade de Santiago de Compostela

ALGUNOS ASPECTOS SOBRE LA DINÁMICA DE CIERTAS FAMILIAS DE SISTEMAS KOLMOGOROV

En este trabajo estudiamos distintos aspectos sobre la dinámica de algunos sistemas Kolmogorov. En primer lugar, partimos del objetivo de estudiar los sistemas Lotka-Volterra en dimensión tres, es decir,

$$\dot{x} = x(a_0 + a_1x + a_2y + a_3z), \quad \dot{y} = y(b_0 + b_1x + b_2y + b_3z), \quad \dot{z} = z(c_0 + c_1x + c_2y + c_3z),$$

que tienen una integral primera racional de grado dos de la forma  $x^{\lambda_1}y^{\lambda_2}z^{\lambda_3}$ . Aplicando la teoría de la integrabilidad de Darboux obtuvimos una caracterización de estos sistemas que nos permitió reducir su estudio al de dos familias Kolmogorv en el plano:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x(a_0 + a_1x + a_2z^2 + a_3z), & \dot{y} &= y(b_0 + b_1yz + b_2y + b_3z), \\ \dot{z} &= z(c_0 + c_1x + c_2z^2 + c_3z), & \dot{z} &= z(c_0 + c_1yz + c_2y + c_3z). \end{aligned}$$

Estas familias dependen de ocho parámetros, lo cual resultó ser un número muy elevado para llevar a cabo la clasificación topológica de todos sus retratos de fases. Exigimos a estas familias que tengan un invariante de Darboux de la forma  $e^{st}x^{\lambda_1}z^{\lambda_2}$  en el primer caso y  $e^{st}y^{\lambda_1}z^{\lambda_2}$  en el segundo. De este modo el problema se redujo a estudiar a las siguientes familias, que ahora dependen de seis parámetros:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x(a_0 - \mu(c_1x + c_2z^2 + c_3z)), & \dot{y} &= y(b_0 + b_1yz + b_2y + b_3z), \\ \dot{z} &= z(c_0 + c_1x + c_2z^2 + c_3z), & \dot{z} &= z(c_0 - \mu(b_1yz + b_2y + b_3z)). \end{aligned}$$

Para estos sistemas damos la clasificación topológica de todos sus retratos de fases globales en el disco de Poincaré.

Por otra parte, abordamos el estudio de los ciclos límite que aparecen a través de una bifurcación zero-Hopf para un sistema Kolmogorov arbitrario de grado tres en  $\mathbb{R}^3$ , es decir

$$\dot{x} = xP(x, y, z), \quad \dot{y} = yQ(x, y, z), \quad \dot{z} = zR(x, y, z),$$

con  $P$ ,  $Q$  y  $R$  polinomios de grado dos. Para ello empleamos la teoría de los promedios.



**Begoña Nicolás** Universitat de Barcelona

VARIEDADES INVARIANTES Y TRANSPORTE EN UN SISTEMA TIERRA-LUNA PERTURBADO POR EL SOL

El tema central de esta tesis trata del estudio de fenómenos de transporte que tienen lugar en el sistema Tierra-Luna cuando incluimos el efecto gravitatorio del Sol. En particular, la mayor parte de la disertación se centra en el Problema Bicircular (PBC), que puede ser entendido como una perturbación periódica en el tiempo del Problema Restringido de Tres Cuerpos (PRTC). Una de las consecuencias de la perturbación es que aquellos objetos invariantes presentes en el PRTC que sobreviven en el PBC ven aumentada su dimensión, dificultando su análisis, cálculo y representación. En el marco del PBC nos hemos centrado principalmente en el papel que juega la dinámica en el entorno del punto de equilibrio  $L_3$ , haciendo especial énfasis en dos aplicaciones. En primer lugar, hemos visto que las variedades invariantes asociadas a objetos hiperbólicos alrededor de  $L_3$  pueden describir las trayectorias que realizan las piedras lunares encontradas en la Tierra. Estos resultados obtenidos en el PBC han sido testeados en un modelo realista basado en las efemérides del JPL (Jet Propulsion Laboratory) e integración numérica del Sistema Solar. La segunda aplicación que presentamos es la de captura de un asteroide cercano a la Tierra, de forma que el asteroide, una vez inyectado mediante una maniobra en una variedad estable de  $L_3$ , es dirigido a su entorno.

**Javier Montes Maldonado** Universidad Autónoma de Madrid

ALGUNOS ASPECTOS DEL CAOS EN SISTEMAS DINÁMICOS CON MÁS DE 2 GRADOS DE LIBERTAD

En esta Tesis Doctoral se estudian dos sistemas físicos realistas con, al menos, dos grados de libertad. El primero es la gota caminante (del inglés walking droplet), que consiste en una gota milimétrica de líquido que rebota sobre la superficie vibrante del mismo fluido, deformándola y generando así un campo ondulatorio que la autopropulsa. El segundo es la dispersión elástica e inelástica de átomos por superficies metálicas corrugadas. Además se presenta un nuevo método basado en descriptores lagrangianos para la caracterización de los toros invariantes presentes en las regiones regulares de sistemas dinámicos, y se aplica este nuevo método, así como el original, al estudio del segundo de estos sistemas.

### **3.7. Sesión de pósters**

Responsable: Jaume Giné (Universitat de Lleida)

Jose S. Cánovas Universidad Politécnica de Cartagena

#### THE PERIODIC RICKER MODEL

The two periodic Ricker equation has been studied by several authors (see [2], [3], [4], [6], [7]), including the present one ([1]). It is a model with seasonality derived from the Ricker equation (see [5])

$$x_{n+1} = x_n e^{r(1-x_n/k)}$$

which is conjugate to

$$x_{n+1} = x_n e^{r-x_n}$$

implying that the parameter  $k$  does not play any role in the dynamics. The periodic model analyzed by these authors depends on two parameters, namely  $r_1$  and  $r_2$ , which are the parameter values taken by  $r$  in two alternated seasons. However, the general model depends on 3 in which parameters  $k$ 's will play a dynamic role. We will show that the model often taken as periodic Ricker model is a particular case of the original one and compare their dynamics. In particular, we characterize the parameter region where the model has a periodic point of period two which is globally stable. We also compute the parameter regions where a complex behavior is exhibited.

## Referencias

- [1] J. S. Cánovas, In International Conference in Nonlinear Analysis and Boundary Value Problems, 121-130, Springer (2018).
- [2] S. Elaydi, R. Luís, H. Oliveira, *Internat. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Engrg.* **23**, 1350049, (2013).
- [3] O. Kornadt, S.J. Linz, and M. Lücke, *Phys Rev A.* **44**, 940-955 (1991).
- [4] E. Liz, *Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations*, **76**, 1-8 (2016).
- [5] W. E. Ricker, *J. Fisheries Res. Board Can.* **11**, 559-623 (1954).
- [6] R. J. Sacker, *J. Difference Equ. Appl.* **13**, 89-92 (2007).
- [7] R. J. Sacker and H. F. von Bremen, *Appl. Math. Comput.*, **217**, 1213-1219 (2010).

**Javier Montes**            Universidad Autónoma de Madrid e  
                                 Instituto de Ciencias Matemáticas  
**Fabio Revuelta**            Universidad Politécnica de Madrid  
**Florentino Borondo**    Universidad Autónoma de Madrid e  
                                 Instituto de Ciencias Matemáticas

## CARACTERIZACIÓN DE TOROS INVARIANTES CON DESCRIPTORES LAGRANGIANOS

Los descriptores lagrangianos son una herramienta útil y *sencilla* para el estudio del espacio de fases de sistemas dinámicos [1]. Se han utilizado para estudiar la dinámica caótica en multitud de sistemas (dinámica oceánica [2], mapas caóticos [3], sistemas moleculares [4], etc.), pero apenas se ha empleado para caracterizar el movimiento regular.

En este trabajo [5] demostramos que los descriptores lagrangianos se pueden utilizar para caracterizar completamente los toros invariantes de un sistema dinámico. Para ello, aplicamos los descriptores al paradigmático hamiltoniano Hénon-Heiles, un modelo paradigmático en dinámica no lineal. Demostramos que los descriptores lagrangianos asociados a órbitas periódicas oscilan alrededor de un valor asintótico cuando se dividen entre el tiempo de integración, con una frecuencia igual a la de los toros invariantes sobre los que se lleva a cabo el movimiento.

### Agradecimientos

Acción financiada por la Comunidad de Madrid en el marco del Convenio Plurianual con la Universidad Politécnica de Madrid en la línea de actuación estímulo a la investigación de jóvenes doctores a través del Proyecto APOYO-JOVENES-4L2UB6-53-29443N (GeoCoSiM), por el Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades, Gobierno de España, a través de los Proyectos PGC2018-093854-BI00 e ICMAT Severo Ochoa CEX2019-0 0904-S, y del Programa People (Marie Curie Actions) del Programa de la Unión Europea Horizonte 2020 a través del Proyecto 734557.

### Referencias

- [1] J. A. J. Madrid, A. M. Mancho, Distinguished trajectories in time dependent vector fields, *Chaos* **19**, 013111 (2009).
- [2] C. Mendoza , A. M. Mancho, Hidden geometry of ocean ows, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 038501 (2010).
- [3] G. G. Carlo, F. Borondo, Lagrangian descriptors for open maps. *Phys. Rev. E* **01** 022208 (2020).
- [4] F. Revuelta, R. M. Benito, F. Borondo, Unveiling the chaotic structure

in phase space of molecular systems using Lagrangian descriptors, *Phys. Rev. E* **99** 032221 (2019).

[5] J. Montes, F. Revuelta, F. Borondo, Lagrangian descriptors and regular motion, *Comm. Nonlin. Sci. Num. Sim.* **102** 105860 (2021) .

A. Murillo, A. Vieiro. Universitat de Barcelona.

NUMERICAL INVESTIGATION OF THE DYNAMICS OF  
3D VOLUME-PRESERVING FLOWS AND MAPS

First, we consider a one-parameter family of 3D volume-preserving flows that have a pair of focus-saddle equilibria whose two-dimensional manifolds form a heteroclinic bubble configuration. Such a phase space configuration is related to the Hopf-zero bifurcation that, for suitable parameters of the unfolding, leads to it. In particular, we study the asymptotic behavior of the splitting of the two-dimensional invariant manifolds of the saddle-focus equilibria as a function of the parameter when the system tends to the integrable limit. We use the Michelson system to perform numerical simulations and to illustrate some of the recent results available in the literature concerning such splitting [1].

Next, we consider the Michelson map: a 3D volume-preserving map obtained as a discretization of the Michelson flow [2]. We discuss on the expected analogies and differences between the flow dynamics and the map one. Finally, we present some preliminary results on the splitting of the two-dimensional manifolds in the transversal direction to a continuum of heteroclinic orbits.

## Referencias

- [1] I. Baldomá, O. Castejón, and T. Martínez-Seara. Breakdown of a 2D heteroclinic connection in the Hopf-zero singularity (II): The generic case. *Journal of nonlinear science*, 28(4):1489-1549, 2018.
- [2] J. D. Meiss, N. Miguel, C. Simó and A. Vieiro. Accelerator modes and anomalous diffusion in 3D volume-preserving maps. *Nonlinearity*, 31(12):5615-5642, 2018.

**David Rojas** Universitat de Girona

RESONANCE OF BOUNDED ISOCHRONOUS OSCILLATORS

An oscillator is called isochronous if all motions have a common period. When the system is forced by a time-dependent perturbation with the same period the phenomenon of resonance may appear. We give a sufficient condition on the perturbation in order that resonance occurs when the period annulus of the isochronous oscillator is bounded. In this context, resonance means that all solutions escape from the period annulus.



**Victoriano Carmona**            Universidad de Sevilla  
**Soledad Fernández-García**    Universidad de Sevilla  
**Antonio E. Teruel**            Universidad de las Islas Baleares

CANARD DYNAMICS IN PLANAR PIECEWISE-LINEAR SYSTEMS: STATE OF THE ART.

In this poster we gather results on planar Piecewise-Linear (PWL) slow-fast dynamical systems in the canard regime. We focus on the of canard solutions and show how the main salient features from smooth systems are preserved. In particular, we consider the existence and saddle-node bifurcation of canard solutions, as well as the transition and maturation of canard cycles.

<b>Victoriano Carmona</b>	Universidad de Sevilla
<b>Fernando Fernández-Sánchez</b>	Universidad de Sevilla
<b>Elisabeth García-Medina</b>	Universidad de Sevilla
<b>Douglas D. Novaes</b>	Universidade Estadual de Campinas

PROPERTIES OF POINCARÉ HALF-MAPS FOR PLANAR LINEAR SYSTEMS  
FROM A COMMON POINT OF VIEW

The analysis of the Poincaré half-maps for planar linear systems is a fundamental tool to understand the dynamic behavior of planar piecewise linear systems. In this poster we present relevant properties of these half-maps without the need of case-by-case studies induced by distinguishing the spectra of the matrix of the system. A novel integral characterization allows us to see the Poincaré half-maps from a common point of view and so the proofs of the properties can be unified and performed in a simpler way. We focus on the series expansions, the relative position between the graph of Poincaré half-maps and the bisector of the fourth quadrant, and the sign of the second derivatives.

**Fernando Fernández-Sánchez** Universidad de Sevilla

A SIMPLE DISCRETE APPROACH TO FALKNER-SKAN EQUATION

The Falkner-Skan equation arises in the study of some boundary layer problems in fluid mechanics. It is a third order differential equation without stationary solutions that, beyond its physical meaning, exhibits an interesting mathematical behavior (involving invariant straight lines, complex periodic phenomena, heteroclinic orbits...).

In this work, after a brief summary of the principal properties of the equation, a discrete model is presented with a twofold intention: 1) to reproduce the basic periodic orbits and heteroclinic connections of the Falkner-Skan equation, 2) to distinguish the elements of the flow that are responsible for the rich periodic behavior.

(This is a joint work with V. Carmona, S. Ibáñez, and J.A. Rodríguez)

**Salvador Borrós-Cullell** Universitat Autònoma de Barcelona

AN ALGORITHM TO COMPUTE ROTATION INTERVALS OF CIRCLE MAPS

We present an efficient algorithm to compute rotation intervals of circle maps of degree one. It is based on the computation of the rotation number of a monotone circle map of degree one with a constant section. The main strength of this algorithm is that it computes exactly the rotation interval of a natural subclass of the continuous non-invertible degree one circle maps.

We also compare our algorithm with other existing ones by plotting the Devil's Staircase of a one-parameter family of maps and the Arnold Tongues and rotation intervals of some special non-differentiable families, most of which were out of the reach of the existing algorithms that were centred around differentiable maps.

This is a joint work with Lluís Alsedà Soler

**Rodrigo López Pouso y  
Jorge Rodríguez López** Universidade de Santiago de Compostela

EXISTENCIA Y UNICIDAD DE SOLUCIÓN PARA ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS USANDO CONDICIONES DE TRANSVERSALIDAD

Demostramos nuevos resultados de existencia y unicidad de soluciones absolutamente continuas para sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias discontinuas. Para ello comenzamos probando la existencia de solución para una inclusión diferencial que envuelve la ecuación de partida y, posteriormente, demostramos que las soluciones de la inclusión lo son también de la ecuación gracias a unas hipótesis de transversalidad en las zonas de discontinuidad del término no lineal que define la ecuación diferencial. Estas condiciones de transversalidad permiten demostrar también la unicidad de solución para ecuaciones discontinuas dadas por una parte no lineal que es lipschitziana a trozos. Este resultado de unicidad da lugar a un nuevo criterio de unicidad de solución incluso en el caso de ecuaciones diferenciales ordinarias con parte no lineal continua.

Bibliografía: R. López Pouso y J. Rodríguez López, Existence and uniqueness of solutions for systems of discontinuous differential equations under localized Bressan-Shen transversality conditions, *J. Math. Ana. Appl.* (2020), DOI: 10.1016/j.jmaa.2020.124425

**Luis Ángel Calderón Pérez** Universidad de Extremadura

RATIONAL SOLUTIONS OF ABEL DIFFERENTIAL EQUATIONS

We study the rational solutions of the Abel equation  $x' = A(t)x^3 + B(t)x^2$  where  $A, B \in \mathbb{C}[t]$ . We prove that if  $\deg(A)$  is even or  $\deg(B) > (\deg(A) - 1)/2$  then the equation has at most two rational solutions. For any other case, an upper bound on the number of rational solutions is obtained. Moreover, we prove that if there are more than  $(\deg(A) + 1)/2$  rational solutions then the equation admits a Darboux first integral.

## 4. Lista de participantes

Florentino Borondo Rodríguez  
Universidad Autónoma de Madrid/ICMAT  
Madrid  
f.borondo@uam.es

Salvador Borrós Cullell  
Universitat Autònoma de Barcelona  
Cerdanyola del Vallès  
sborros@mat.uab.cat

José Luis Bravo Trinidad  
Universidad de Extremadura  
Badajoz  
trinidad@unex.es

Sebastián Buedo Fernández  
Universidade de Santiago de Compostela  
Santiago de Compostela  
sebastian.buedo@usc.es

Luis Ángel Calderón Pérez  
Universidad de Extremadura  
Badajoz  
lucalderonp@unex.es

Jose S. Canovas Peña  
Universidad Politécnica de Cartagena  
Cartagena  
jsalvapena@gmail.com

Daniel Cao Labora  
Univesidade de Santiago de Compostela  
Santiago de Compostela  
daniel.cao@usc.es

Victoriano Carmona Centeno  
Universidad de Sevilla  
Sevilla  
vcarmona@us.es

Clara Cufí Cabré  
Universitat Autònoma de Barcelona  
Cerdanyola del Vallès  
clara@mat.uab.cat

Érika Diz Pita  
Universidade De Santiago de Compostela  
Santiago de Compostela  
erikadiz.pita@usc.es

Fátima Drubi Vega  
Universidad de Oviedo  
Oviedo  
drubifatima@uniovi.es

Jesús Dueñas Pamplona  
Universidad de Valladolid  
Valladolid  
jesus.duenas@alumnos.uva.es

Marina Esteban Pérez  
Universidad de Córdoba  
Córdoba  
marinaep@us.es

Soledad Fernández García  
Universidad de Sevilla  
Sevilla  
soledad@us.es

Fernando Fernández Sánchez  
Universidad de Sevilla  
Sevilla  
fefesan@us.es

Daniel Franco Leis  
Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED)  
Madrid  
dfranco@ind.uned.es



Isaac García  
Universitat de Lleida  
Lleida  
isaac.garcia@udl.cat

Armengol Gasull Embid  
Universitat Autònoma de Barcelona y Centre de Recerca Matemàtica  
Cerdanyola del Vallès (Barcelona)  
gasull@mat.uab.cat

Jaume Giné Mesa  
Universitat de Lleida  
Lleida  
jaume.gine@udl.cat

Maite Grau Montaña  
Universitat de Lleida  
Lleida  
maite.grau@udl.cat

Toni Guillamon Grabolosa  
Universitat Politècnica de Catalunya  
Barcelona  
antoni.guillamon@gmail.com

Gemma Huguet Casades  
Universitat Politècnica de Catalunya/CRM/IMTech  
Barcelona  
gemma.huguet@upc.edu

Santiago Ibáñez Mesa  
Universidad de Oviedo  
Oviedo  
mesa@uniovi.es

Angel Jorba  
Universitat de Barcelona  
Barcelona  
angel@maia.ub.es

Eduardo Liz Marzán

Universidade de Vigo  
Vigo  
eliz@uvigo.es

Cristina Lois Prados  
Universidade de Santiago de Compostela  
Santiago de Compostela  
cristina.lois.prados@usc.es

Lorena López Hernanz  
Universidad de Alcalá  
Alcalá de Henares, Madrid  
lorena.lopezh@uah.es

Rodrigo López Pouso  
Universidade de Santiago de Compostela  
Santiago de Compostela  
rodrigo.lopez@usc.es

Juan Carlos Losada González  
Universidad Politécnica de Madrid  
Madrid  
juancarlos.losada@upm.es

Susanna Maza Sabido  
Universitat de Lleida  
Lleida  
susanna.maza@udl.cat

Javier Montes Maldonado  
Universidad Autónoma de Madrid  
Madrid  
jmontes.3@alumni.unav.es

Jorge Mozo Fernández  
Universidad de Valladolid  
Valladolid  
jorge.mozo@uva.es

Ainoa Murillo López  
Universitat de Barcelona

Barcelona  
amurillo@ub.edu

Begoña Nicolás Ávila  
Universitat de Barcelona  
Barcelona  
bego@maia.ub.es

Rafael Obaya García  
Universidad de Valladolid  
Valladolid  
rafoba@wmatem.eis.uva.es

Alfred Peris Manguillot  
Universitat Politècnica de València  
València  
aperis@upv.es

Enrique Ponce Nuñez  
Universidad de Sevilla  
Sevilla  
eponcem@us.es

Fabio Revuelta Peña  
Universidad Politécnica de Madrid  
Madrid  
fabio.revuelta@upm.es

Javier Ribón Herguedas  
Universidade Federal Fluminense  
Niterói - Brasil  
jribon@id.uff.br

Francisco Ródenas Escribá  
Universitat Politècnica de València  
València  
frodernas@mat.upv.es

David Rojas Pérez  
Universitat de Girona  
Girona

david.rojas@udg.edu

Fernando Sanz Sánchez  
Universidad de Valladolid  
Valladolid  
fsanz@agt.uva.es

Josep Sardanyés  
Centre de Recerca Matemàtica  
Cerdanyola del Valles  
jsardanyes@crm.cat

Juan Francisco Segura Salinas  
Universitat Pompeu Fabra  
Barcelona  
joan.segura@upf.edu

Antonio Esteban Teruel Aguilar  
Universitat de les Illes Balears  
Palma  
antonioe.teruel@uib.es

Joan Torregrosa  
Universitat Autònoma de Barcelona  
Bellaterra  
torre@mat.uab.cat

Catalina Vich Llompart  
Universitat de les Illes Balears  
Palma  
catalina.vich@uib.es

## 5. Comités

### COORDINADORES:

Patricia Yanguas (Universidad Pública de Navarra)  
Joan Torregrosa (Universitat Autònoma de Barcelona)

### COMITÉ CIENTÍFICO

Clementa Alonso (Universidad de Alicante)

Maite Grau (Universitat de Lleida)  
Victoriano Carmona (Universidad de Sevilla)  
Rodrigo López Pouso (Universidad de Santiago de Compostela)

#### COMITÉ ORGANIZADOR LOCAL

Isaac García (Universitat de Lleida)  
Jaume Giné (Universitat de Lleida)  
Maite Grau (Universitat de Lleida)  
Susanna Maza (Universitat de Lleida)

## 6. Menús

Los cafés y los almuerzos se realizan en el Bar Campus Unplug (C. Jaume II, 75. 25001 Lleida).

Los cafés consisten en:  
Café o zumo + bocadillo o bollería + botella de 0.5lt por persona

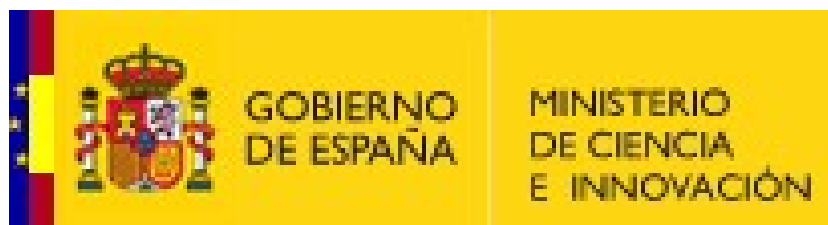
Los almuerzos consisten en: primero + segundo + agua + pan + café.

Menú miércoles 8:  
Ensaladilla rusa  
Pollo asado con patatas y champiñones  
Yogur natural

Menú jueves 9:  
Ensalada con pollo, parmesano y pipas  
Merluza al “Orio” con patatas y cebolla  
Coca de manzana

Menú viernes 10:  
Macarrones con tomate y atún  
Jarrete al horno con manzanas y vino tinto  
Helado

## 7. Patrocinadores



**Universitat de Lleida**



**Universitat Autònoma  
de Barcelona**